Model 1 test admitere Automatică şi Calculatoare

1. Valorile lui $b, c \in \mathbb{R}$ pentru care funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + bx + c$ are valoarea maximă 2 în punctul $x = 1$ sunt:
(a) $b = -1, c = -\frac{1}{4}$; (b) $b = -2, c = 3$; (c) $b = 2, c = 1$; (d) $b = 1, c = 0$.

2. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 10$. Imaginea intervalului $[1, 3]$ prin funcţia f este:
(a) $[3.75, 6]$; (b) $[4, 6]$; (c) $[3.75, 4]$; (d) $[3, 6]$.

3. În care din următoarele mulţimi se află toate soluţiile sistemului

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ y^x = 9 \end{cases}$$

(a) $x \in (-4, 4), y \in (0, 3)$; (b) $x \in (-3, 3), y \in (-4, 4)$;
(c) $x \in (1, \infty), y \in (0, 4)$; (d) $x \in (-1, 4), y \in (-1, 4)$.

4. Vârfurile parabolelor de ecuaţii

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2x + 3, \\ y &= 2x^2 + 1, \\ y &= -x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

sunt situate:
(a) pe dreapta $y = x + 1$;
(b) sunt vârfurile unui triunghi echilateral;
(c) în cadranul doi;
(d) pe un cerc.

5. Fie matricea $A = (a_{ij})_{i,j=\overline{1,3}}, a_{ij} = \min\{i + j - 1, i + j - 2\}$. Valoarea $\det(A)$ este:
(a) -1; (b) 0; (c) 4; (d) 2.

6. Numărul valorilor parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \\ x + y = m^2 \end{cases}$$

este compatibil este:
(a) 1; (b) 0; (c) 4; (d) 2.

7. Fie
$$l = \lim_{x\to\infty} x\left(\pi - 2\operatorname{arctg} x\right).$$
Valoarea lui l este:
(a) $l=2$; (b) $l=0$; (c) $l=1$; (d) $l=\pi$.

8. Fie
$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R}\backslash\{-1,1\}\to\mathbb{R} \\ f(x) &= \frac{2x}{x^2-1}. \end{aligned}$$
Numărul soluţiilor reale ale ecuaţiei $f^{(4)}(x)=0$ sunt:
(a) 1; (b) 2; (c) 5; (d) 6.

9. Valoarea limitei
$$l = \lim_{x\to\infty} x^{\frac{1}{\ln x}}$$
este:
(a) $l=0$; (b) $l=1$; (c) $l=e$; (d) $l=2$.

10. Fie A, B matrice de ordin 3 cu elemente întregi care satisfac relaţia $AB = A+B$. Toate valorile posibile ale determinantului matricei $A-I_3$, unde I_3 matricea unitate, sunt:
(a) $\{0,2\}$; (b) $\{0,1\}$; (c) $\{-1,1\}$; (d) $\{-1,0,1\}$.

11. Numărul termenilor raţionali din dezvoltarea binomială este:
$$\left(\sqrt{5}+\sqrt[3]{11}\right)^{90}.$$
(a) 15; (b) 14; (c) 17; (d) 16.

12. Fie funcţiile f şi g definite pe $\mathbb{R}$ astfel încât
$$f(x) = (2x+1)g(x), \forall x\in\mathbb{R},$$
g funcţie derivabilă în origine şi $g(0)=2, g'(0)=-1$. Atunci valoarea lui $f'(0)$ este:
(a) -2; (b) 2; (c) -1; (d) 0.

13. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^3 e^{x^2}$. $f'(1)$ este:
(a) $5e^2$; (b) $4e$; (c) $5e$; (d) $3e^2$.

14. Derivata funcţiei:

$$f : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \to \mathbf{R}, f(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} x).$$

este:
(a) 1; (b) $\frac{1}{\cos^2 x}$; (c) $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x}$; (d) -1.

15. Toate numerele complexe $z \in \mathbb{C}$ care verifică ecuaţia $|z| - z = 1 - 2i$ sunt:
(a) $z = -\frac{1}{2} + i$; (b) $z = \frac{3}{2}, z = \frac{3}{2} + 2i$; (c) $z = \frac{3}{2} - 2i$; (d) $z = \frac{5}{2} - 2i$.

16. Fie $(a_n)_{n \in N^*}$ o progresie aritmetică astfel încât $a_1 + a_3 = 6, a_3 - a_1 = 4$. Valoarea lui a_5 este:
(a) 9; (b) 11; (c) 10; (d) 7.

17. Distanţa de la origine la dreapta $2x + 6y - 24 = 0$ este:
(a) $\frac{6}{5}\sqrt{10}$; (b) $\frac{6}{5}$; (c) $6\sqrt{10}$; (d) $\frac{1}{2}$.

18. Fie $E = \sin\left(\arccos\frac{3}{5} + \arccos\frac{4}{5}\right)$. Atunci:
(a) $E = 3$; (b) $E = 1$; (c) $E = \frac{24}{25}$; (d) $E = \frac{12}{25}$.

19. Fie $A = \{x \in \mathbb{R} : \cos(3\arccos x) = \cos(2\arccos x) + 1\}$. Atunci
(a) $A = \mathbb{R}$; (b) $A = \emptyset$; (c) $A = \left\{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{13}, 0\right\}$;
(d) $A = \left\{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{13}, 0, \frac{1}{4}\sqrt{13} + \frac{1}{4}\right\}$.

20. Numărul soluţiilor mai mari sau egale cu zero ale ecuaţiei

$$x^2 - 6x - 2\sqrt{(x-8)^2} - 16 = 0$$

sunt:
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) nu are solutii.

21. Fie matricea pătratică A de ordin 2 cu elemente reale pentru care suma elementelor pe fiecare linie este 5, iar suma elementelor pe fiecare coloană este 5. Atunci suma tuturor elementelor matricei A^2 este:
(a) 50 (b) 25 (c) 100 (d) 10.

22. Derivata functiei

$$f:[0,1]\to\mathbb{R}, f(x)=2\arccos x-\arccos\left(2x^2-1\right)$$

pe intervalul $(0,1)$ este:
(a) $-\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}$; (b) $\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}$; (c) $\frac{4x}{\sqrt{1-x^2}}$; (d) 0.

23. Valoarea integralei

$$\int_1^e \sqrt{\ln x}dx+\int_0^1 e^{x^2}dx$$

este:
(a) e^2; (b) e; (c) 0; (d) 1.

24. Valoarea expresiei

$$S=a^2+b^2+c^2$$

dacă $a+b+c=0$ si $ab+bc+ca=10$, este:
(a) 20 (b) 100 (c) -20 (d) 0.

25. Se dau punctele $A(1,-1)$, $B(0,3)$, $C(5,0)$. Locul geometric al punctelor $M(x,y)$ pentru care $2MA^2+MB^2-3MC^2=0$ este:
(a) dreapta de ecuatie $13x-y-31=0$;
(b) dreapta de ecuatie $y=0$;
(c) dreapta de ecuatie $13x-y-30=0$;
(d) cercul de ecuatie $x^2+y^2-3x+2y-16=0$.

26. Fie

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right).$$

Precizati care afirmatie este adevărată:
(a) $f\prime(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ (b) f functie pară (c) f functie impara
(d) f monotom descrescătoare.

27. Se consideră funcţia

$$f:[-1,1]\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} x^3e^{x^2}, x\in[-1,0) \\ x^2e^{x^3}, x\in[0,1]\end{cases}.$$

Fie $I=\int_{-1}^{1} f(x)dx$ şi $L=\lim_{n\to\infty} n^3\int_0^{\frac{1}{n}} f(x)dx$. Atunci valorile lui I şi L sunt:

(a) $\begin{cases} I = \frac{1}{3}e - \frac{5}{6} \\ L = \frac{1}{3} \end{cases}$ (b) $\begin{cases} I = \frac{1}{3}e + \frac{5}{6} \\ L = \frac{1}{3} \end{cases}$ (c) $\begin{cases} I = \frac{5}{6} - \frac{1}{3}e \\ L = \frac{1}{3} \end{cases}$ (d) $\begin{cases} I = \frac{1}{3}e - \frac{5}{6} \\ L = 0 \end{cases}$

28. Fie

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 1.$$

Valoarea lui $\sin 2x$ dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ este:
(a) $2 + 2\sqrt{2}$ (b) $2 - 2\sqrt{2}$ (c) $-2 - 2\sqrt{2}$ (d) nu există.

29. Cea mai mică valoare reală a expresiei $\sqrt{(x-4)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + \left(y - 2\sqrt{5}\right)^2}$, pentru $x, y \in \mathbb{R}$, este:
(a) 6; (b) 4; (c) 0; (d) 3.

30. Fie $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ şi $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ două şiruri de numere raţionale ce verifică relaţia

$$\left(1 + \sqrt{2}\right)^n = x_n + y_n\sqrt{2}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Dacă $l = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{y_n}$ atunci:
(a) $l = 2$; (b) $l = 0$; (c) $l = 1$; (d) $l = \sqrt{2}$.