

Model 1 test admitere Automatică și Calculatoare

1. Valorile lui $b, c \in \mathbb{R}$ pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2 + bx + c$ are valoarea maximă 2 în punctul $x = 1$ sunt:

$$(a) b = -1, c = -\frac{1}{4}; \quad (b) b = -2, c = 3; \quad (c) b = 2, c = 1; \quad (d) b = 1, c = 0.$$

Răspuns corect: (c).

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 10$. Imaginea intervalului $[1, 3]$ prin funcția f este:

$$(a) [3.75, 6]; \quad (b) [4, 6]; \quad (c) [3.75, 4]; \quad (d) [3, 6].$$

Răspuns corect: (a).

3. În care din următoarele mulțimi se află toate soluțiile sistemului

$$\begin{cases} x^2 = 4 \\ y^x = 9 \end{cases}$$

$$(a) x \in (-4, 4), y \in (0, 3); \quad (b) x \in (-3, 3), y \in (-4, 4);$$

$$(c) x \in (1, \infty), y \in (0, 4); \quad (d) x \in (-1, 4), y \in (-1, 4).$$

Răspuns corect (b).

4. Vârfurile parabolilor de ecuații

$$y = x^2 - 2x + 3,$$

$$y = 2x^2 + 1,$$

$$y = -x^2 - 4x - 5$$

sunt situate:

(a) pe dreapta $y = x + 1$;

(b) sunt vârfurile unui triunghi echilateral;

(c) în cadranul doi;

(d) pe un cerc.

Răspuns corect: (a).

5. Fie matricea $A = (a_{ij})_{i,j=\overline{1,3}}, a_{ij} = \min \{i + j - 1, i + j - 2\}$. Valoarea $\det(A)$ este:

$$(a) -1; \quad (b) 0; \quad (c) 4; \quad (d) 2.$$

Răspuns corect: (a).

6. Numărul valorilor parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x - y = 1 \\ x + y = m^2 \end{cases}$$

este compatibil este:

(a) 1; (b) 0; (c) 4; (d) 2.

Răspuns corect: (d).

7. Fie

$$l = \lim_{x \rightarrow \infty} x (\pi - 2 \operatorname{arctg} x).$$

Valoarea lui l este:

(a) $l = 2$; (b) $l = 0$; (c) $l = 1$; (d) $l = \pi$.

Răspuns corect: (d).

8. Fie

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) &= \frac{2x}{x^2 - 1}. \end{aligned}$$

Numărul soluțiilor reale ale ecuației $f^{(4)}(x) = 0$ sunt:

(a) 1; (b) 2; (c) 5; (d) 6.

Răspuns corect: (a).

9. Valoarea limitei

$$l = \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{\ln x}}$$

este:

(a) $l = 0$; (b) $l = 1$; (c) $l = e$; (d) $l = 2$.

Răspuns corect: (c).

10. Fie A, B matrice de ordin 3 cu elemente întregi care satisfac relația $AB = A + B$. Toate valorile posibile ale determinantului matricei $A - I_3$, unde I_3 matricea unitate, sunt:

(a) $\{0, 2\}$; (b) $\{0, 1\}$; (c) $\{-1, 1\}$; (d) $\{-1, 0, 1\}$.

Răspuns corect: (c).

11. Numărul termenilor raționali din dezvoltarea binomială este:

$$\left(\sqrt{5} + \sqrt[3]{11}\right)^{90}.$$

(a) 15; (b) 14; (c) 17; (d) 16.

Răspuns corect (d).

12. Fie funcțiile f și g definite pe \mathbb{R} astfel încât

$$f(x) = (2x + 1)g(x), \forall x \in \mathbb{R},$$

g funcție derivabilă în origine și $g(0) = 2, g'(0) = -1$. Atunci valoarea lui $f'(0)$ este:

(a) -2 ; (b) 3 ; (c) -1 ; (d) 0 .

Răspuns corect (b).

13. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 e^{x^2}$. $f'(1)$ este:

(a) $5e^2$; (b) $4e$; (c) $5e$; (d) $3e^2$.

Răspuns corect (c).

14. Derivata funcției:

$$f : \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \arctg(\operatorname{ctg} x).$$

este:

(a) 1 ; (b) $\frac{1}{\cos^2 x}$; (c) $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x}$; (d) -1 .

Răspuns corect: (d).

15. Toate numerele complexe $z \in \mathbb{C}$ care verifică ecuația $|z| - z = 1 - 2i$ sunt:

(a) $z = -\frac{1}{2} + i$; (b) $z = \frac{3}{2}, z = \frac{3}{2} + 2i$; (c) $z = \frac{3}{2} - 2i$; (d) $z = \frac{5}{2} - 2i$.

Răspuns corect (c).

16. Fie $(a_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ o progresie aritmetică astfel încât $a_1 + a_3 = 6, a_3 - a_1 = 4$.

Valoarea lui a_5 este:

(a) 9 ; (b) 11 ; (c) 10 ; (d) 7 .

Răspuns corect (a).

17. Distanța de la origine la dreapta $2x + 6y - 24 = 0$ este:

(a) $\frac{6}{5}\sqrt{10}$; (b) $\frac{6}{5}$; (c) $6\sqrt{10}$; (d) $\frac{1}{2}$.

(a) 2.4 ; (b) 4 ; (c) 2.5 ; (d) 3 .

Răspuns corect (a).

18. Fie $E = \sin \left(\arccos \frac{3}{5} + \arccos \frac{4}{5} \right)$. Atunci:

(a) $E = 3$; (b) $E = 1$; (c) $E = \frac{24}{25}$; (d) $E = \frac{12}{25}$.

Răspuns corect (b).

19. Fie $A = \{x \in \mathbb{R} : \cos(3 \arccos x) = \cos(2 \arccos x) + 1\}$. Atunci

(a) $A = \mathbb{R}$; (b) $A = \emptyset$; (c) $A = \{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{13}, 0\}$; (d) $A = \{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{13}, 0, \frac{1}{4}\sqrt{13} + \frac{1}{4}\}$.

Răspuns corect (c).

20. Numărul soluțiilor mai mari sau egale cu zero ale ecuației

$$x^2 - 6x - 2\sqrt{(x-8)^2} - 16 = 0$$

sunt:

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) nu are soluții.

Răspuns corect: (a).

21. Fie matricea pătratică A de ordin 2 cu elemente reale pentru care suma elementelor pe fiecare linie este 5, iar suma elementelor pe fiecare coloană este 5. Atunci suma tuturor elementelor matricei A^2 este:

(a) 50 (b) 25 (c) 100 (d) 10.

Răspuns corect: (a).

22. Derivata funcției

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 \arccos x - \arccos(2x^2 - 1)$$

pe intervalul $(0, 1)$ este:

(a) $-\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}$; (b) $\frac{4}{\sqrt{1-x^2}}$; (c) $\frac{4x}{\sqrt{1-x^2}}$; (d) 0.

Răspuns corect: (d).

23. Valoarea integralei

$$\int_1^e \sqrt{\ln x} dx + \int_0^1 e^{x^2} dx$$

este:

(a) e^2 ; (b) e ; (c) 0; (d) 1.

Răspuns corect (b).

24. Valoarea expresiei

$$S = a^2 + b^2 + c^2$$

dacă $a + b + c = 0$ și $ab + bc + ca = 10$, este:

- (a) 20 (b) 100 (c) -20 (d) 0.

Răspuns corect: (c).

25. Se dau punctele $A(1, -1)$, $B(0, 3)$, $C(5, 0)$. Locul geometric al punctelor $M(x, y)$ pentru care $2MA^2 + MB^2 - 3MC^2 = 0$ este:

- (a) dreapta de ecuație $13x - y - 31 = 0$;
 (b) dreapta de ecuație $y = 0$;
 (c) dreapta de ecuație $13x - y - 30 = 0$;
 (d) cercul de ecuație $x^2 + y^2 - 3x + 2y - 16 = 0$.

Răspuns corect: (a).

26. Fie

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

Precizați care afirmație este adevărată:

- (a) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ (b) f funcție pară (c) f funcție impară (d) f monotom descrescătoare

Răspuns corect: (c).

27. Se consideră funcția

$$f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^3 e^{x^2}, & x \in [-1, 0) \\ x^2 e^{x^3}, & x \in [0, 1] \end{cases}.$$

Fie $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$ și $L = \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \int_0^{\frac{1}{n}} f(x) dx$. Atunci valorile lui I și L sunt:

- (a) $I = \frac{1}{3}e - \frac{5}{6}, L = \frac{1}{3}$ (b) $I = \frac{1}{3}e + \frac{5}{6}, L = \frac{1}{3}$ (c) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}e, L = \frac{1}{3}$ (d) $I = \frac{1}{3}e - \frac{5}{6}, L = 0$.

Răspuns corect: (a).

28. Fie

$$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 1.$$

Valoarea lui $\sin 2x$ dacă $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ este:

- (a) $2 + 2\sqrt{2}$ (b) $2 - 2\sqrt{2}$ (c) $-2 - 2\sqrt{2}$ (d) nu există.

Răspuns corect: (b).

29. Cea mai mică valoare reală a expresiei $\sqrt{(x-4)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-2\sqrt{5})^2}$, pentru $x, y \in \mathbb{R}$, este:

- (a) 6; (b) 4; (c) 0; (d) 3.

Răspuns corect (a).

30. Fie $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ și $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ două șiruri de numere raționale ce verifică relația

$$(1 + \sqrt{2})^n = x_n + y_n\sqrt{2}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Dacă $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n}$ atunci:

(a) $l = 2$; (b) $l = 0$; (c) $l = 1$; (d) $l = \sqrt{2}$.

Răspuns corect: (d).