Modele teste admitere - matematică

Testul 1

1. Dacă $a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2+k}{n^3+k^2}$, atunci:

   (a) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$; $\quad(b)$ $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{3}$;

   (c) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1$; $\quad(d)$ $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{2}$.

2. Se consideră şirul de numere reale

$$x_n = \frac{2+(-1)^n}{2n+(-1)^n}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

   Atunci:

   (a) $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este şir crescător; $\quad(b)$ $\nexists \lim\limits_{n\to\infty} x_n$;

   (c) $\nexists \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$; $\quad(d)$ $\max\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n = 1$.

3. Mulţimea punctelor de continuitate ale funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, unde

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{dacă } x \in \mathbb{Q} \\ x^2, & \text{dacă } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

   este:

   (a) $\{0,1\}$; $\quad(b)$ $[0,1]$; $\quad(c)$ $\mathbb{Q}$; $\quad(d)$ $\emptyset$.

4. Fie funcţia:

$$f : (1,\infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{\frac{x^3-1}{x}}$$

   şi $I(a) = \int\limits_2^a \frac{1}{f^2(x)} dx, a > 2$. Atunci $\lim\limits_{a\to\infty} I(a)$ este:

   (a) $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi + \frac{1}{6}\ln 7$; $\quad(b)$ $\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{5}{\sqrt{3}}) + \frac{1}{6}\ln 7$;

   (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg}\frac{5}{\sqrt{3}}) + \frac{1}{6}\ln 7$; $\quad(d)$ $\frac{1}{\sqrt{3}}(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{5}{\sqrt{3}}) - \frac{1}{6}\ln 7$.

5. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+n}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n^2}}\right)$$

este:

(a) $2(\sqrt{2}-1)$; (b) $2\sqrt{2}$; (c) $\sqrt{2}-1$; (d) $2+\sqrt{2}$.

6. Aria domeniului plan cuprins între parabolele de ecuaţii $y^2 = ax$ şi $x^2 = by$, unde a şi b sunt constante reale pozitive, este:

   (a) $2ab$; (b) a^2b; (c) ab^2; (d) $\dfrac{ab}{3}$.

7. Valorile reale ale parametrului m pentru care inegalitatea

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + m > 0$$

   este adevărată pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$ sunt:

   (a) $m \in (-\infty, 0)$; (b) $m \in (0, 4)$;

   (c) $m \in (8, +\infty)$; (d) $m \in (4, +\infty)$.

8. Numărul soluţiilor sistemului

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$$

   este:

   (a) 8; (b) 4; (c) 2; (d) 0.

9. Valorile $x \in \mathbb{R}$ pentru care

$$\sqrt{3x-1} - \sqrt{3x+1} > -1$$

   sunt:

   (a) $x \in \left(\frac{5}{12}, +\infty\right)$; (b) $\left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$; (c) $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$; (d) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$.

10. Fie $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ şi

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$

   Atunci matricea A^n, $\forall n \in \mathbb{N}$, este:

   (a) $A^n = \begin{pmatrix} 1 & \lambda^n & 0 \\ 0 & 1 & \lambda^n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; (b) $A^n = \begin{pmatrix} \lambda^n & 1 & 0 \\ 0 & \lambda^n & 1 \\ 0 & 0 & \lambda^n \end{pmatrix}$;

   (c) $A^n = \begin{pmatrix} n\lambda^n & \lambda^{n-1} & 0 \\ 0 & n\lambda^n & \lambda^{n-1} \\ 0 & 0 & n\lambda^n \end{pmatrix}$;

(d) $A^n = \begin{pmatrix} \lambda^n & n\lambda^{n-1} & \frac{n(n-1)}{2}\lambda^{n-2} \\ 0 & \lambda^n & n\lambda^{n-1} \\ 0 & 0 & \lambda^n \end{pmatrix}$.

11. Valoarea determinantului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix},$$

ştiind că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuaţiei $x^3 - 2x^2 + 2x + p = 0$, este:

(a) 0; (b) 2; (c) 4; (d) $3p$.

12. În mulţimea $M = \{x \mid x \in \mathbb{R},\ x \geq 1\}$ se defineşte operaţia internă

$$x * y = xy - \sqrt{(x^2-1)(y^2-1)}, \forall x, y \in M.$$

Să se precizeze care din următoarele afirmaţii este adevărată:

(a) elementul neutru este 1, fiecare element are invers şi

$\underbrace{x * x * \cdots * x}_{2n} = 1;$

(b) elementul neutru este 1, fiecare element are invers şi

$\underbrace{x * x * \cdots * x}_{2n} = x;$

(c) nu există element neutru, fiecare element are invers şi

$\underbrace{x * x * \cdots * x}_{2n} = x;$

(d) elementul neutru este 1, pentru $x \geq 2$ nu există invers şi

$\underbrace{x * x * \cdots * x}_{2n} = x.$

13. Fie $\varepsilon = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Toate tripletele de numere complexe (x, y, z) care satisfac simultan relaţiile

$$\begin{cases} x + \varepsilon y + \varepsilon^2 z = 0 \\ \varepsilon^2 x + y + \varepsilon z = 0 \\ \varepsilon x + \varepsilon^2 y + z = 0 \end{cases}$$

sunt:

(a) $x = 1, y = 1, z = 1$; (b) $x = 0, y = 0, z = 0$;

(c) $\{(-\varepsilon y - \varepsilon^2 z, y, z) | y, z \in \mathbb{C}\}$; (d) $x = y = z$.

14. Ecuaţia dreptei care trece prin punctul de intersecţie al dreptelor

$$2x-3y-12=0,\ x+y-11=0$$

şi este perpendiculară pe dreapta $2x-3y+5=0$ este:

(a) $3x+2y-31=0$; (b) $3x-y-7=0$;

(c) $3x+y+31=0$; (d) $3x-2y-31=0$.

15. Ecuaţia dreptei care trece prin punctul $A\,(2,4)$ astfel încât acest punct să dividă în părţi egale porţiunea dreptei cuprinsă între axe este:

(a) $2y-3x=2$; (b) $y-x=2$; (c) $y-2x=0$; (d) $y+2x=8$.

16. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei

$$\cos x-\sin x+2=2\cos^2 x+\sin 2x$$

este:

(a) $\left\{\dfrac{\pi}{4}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$;

(b) $\left\{2k\pi+\dfrac{\pi}{2} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$; (c) $\left\{k\pi+\dfrac{\pi}{3} \mid k\in\mathbb{Z}\right\}$; (d) $\{k\pi \mid k\in\mathbb{Z}\}$.

17. Mulţimea soluţiilor inecuaţiei

$$5x^2-20x+26\geq\frac{4}{x^2-4x+5}$$

este:

(a) $[-1,0)\cup\left[\frac{4}{5},\infty\right)$; (b) $\emptyset$; (c) $\mathbb{R}$; (d) $\left[-\frac{4}{5},0\right)\cup[1,\infty)$.

18. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{2\ln n}$$

este:

(a) 1; (b) 0; (c) e^{-1}; (d) e^2.

19. Fie matricea:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ a & 1\end{pmatrix},\quad a\in\mathbb{R}.$$

Valoarea determinantului $\det\left(A+A^2+...+A^n\right)$ este:

(a) n; (b) n^2; (c) na; (d) 1.

20. Valoarea numărului natural

$$N=\sum_{k=1}^{2018}\left[\frac{100}{2^k}\right]$$

este:

(a) 75; (b) 87; (c) 97; (d) 96.

21. Fie $z\in\mathbb{C}$. Suma soluţiilor ecuaţiei

$$z^2+2\left|z\right|^2-1=0$$

este:

(a) 0; (b) -2; (c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; (d) $2i$.

22. Derivata functiei

$$f:\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$$

este:

(a) $\dfrac{1}{\cos x}$; (b) $\dfrac{1}{\sin x}$; (c) $\dfrac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)}$; (d) $\dfrac{1}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)}$.

23. Fie dreapta de ecuatie $x+y+1=0$ şi punctul $A(a,b)$ aparţinând dreptei date. Valoarea minimă a expresiei

$$E(a,b)=a^2+b^2$$

este:

(a) 1; (b) $\dfrac{1}{2}$; (c) 2; (d) $\dfrac{1}{4}$.

24. Volumul corpului obţinut prin rotaţia funcţiei

$$f:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right],\quad f(x)=\cos x$$

în jurul axei Ox are valoarea:

(a) $\frac{1}{2}\pi$; (b) π^2; (c) 2π; (d) $\frac{1}{2}\pi^2$.

25. Fie triunghiul ABC cu laturile de lungimi date, $AB=3$, $BC=4$, $CA=5$. Razele cercurilor înscrise şi circumscrise triunghiului, r şi respectiv R, sunt:

(a) $r=1$ şi $R=2$; (b) $r=1$ şi $R=2,5$;

(c) $r=2$ şi $R=2,5$; (d) $r=1,5$ şi $R=2,5$.