Model 1 test admitere AC - 2021

1. Trinomul

$$x^2 + 2ax + b, a, b \in \mathbb{R}$$

are rădăcinile strict negative dacă:
(a) $a \leq 0$ şi $a^2 \geq b$; (b) $a \geq 0$ şi $b \geq 0$;
(c) $0 < b \leq a^2$ şi $a > 0$; (d) $a \leq 0$ şi $b \leq a^2$.

2. Mulţimea S a tuturor soluţiilor sistemului

$$\begin{cases} xy + x + y = 11 \\ x^2y + xy^2 = 30 \end{cases}$$

este:
(a) $S = \{(2,3), (3,2), (1,5), (5,1)\}$; ($b$) $S = \{(3,2), (1,5)\}$;
(c) $S = \{(1,5), (5,1)\}$; (d) $S = \{(2,3), (1,5)\}$.

3. Mulţimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ care sunt soluţii ale inecuaţiei

$$\left|\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}\right| < 1$$

este:
(a) $(1,3)$; (b) $(-\infty, 1) \cup (1,3)$; (c) $\left(\frac{1}{7}, 3\right)$; ($d$) $\left(-\infty, \frac{1}{7}\right)$.

4. Relaţia dintre numerele:

$$a = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}, b = \sqrt{1 + \sqrt{2}}$$

este:
(a) numerele nu pot fi comparate; (b) $a = b$; (c) $a > b$; (d) $a < b$.

5. Mulţimea tuturor valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $|x-1|, -1, |3x-5|$ sunt în progresie geometrică în această ordine este:
(a) $\emptyset$; (b) $\left\{\frac{2}{3}, 2\right\}$; ($c$) $\left\{\frac{2}{3}, 1\right\}$; ($d$) $\{0, 2\}$.

6. Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei

$$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 6^x + 6^{x+1}$$

este:

(a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) 3.

7. Mulţimea soluţiilor reale ale inecuaţiei

$$\log_{1-x}(x+1) \geq 2$$

este:

(a) $(-\infty, 0) \cup (3, \infty)$; (b) $(0, 3)$; (c) $\emptyset$; (d) $(-1, 0) \cup (0, 1)$.

8. Numărul termenilor raţionali din dezvoltarea binomială:

$$\left(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2}\right)^{90}$$

este:

(a) 15; (b) 14; (c) 17; (d) 16.

9. Mulţimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care este adevărată inegalitatea

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & x^2 - 6x + 11 & x \\ 1 & x^2 - 4x + 5 & x - 2 \end{vmatrix} \leq 0$$

este:

(a) $[2, \infty)$; (b) $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$; (c) $(0, 2)$; (d) $\mathbb{R}$.

10. Valorile parametrului real α pentru care sistemul de ecuaţii este incompatibil:

$$\begin{cases} 2x + y - z = \alpha \\ x - y + 2z = 1 \\ 4x - y + 3z = 2 + \alpha \end{cases}$$

sunt:

(a) $\alpha \in (-\infty, 1]$; (b) $\alpha = 1$; (c) $\alpha \in \mathbb{R}$; (d) nu există.

11. Pe mulţimea $\mathbb{R}$ a numerelor reale se consideră legea de compoziţie $\star$ definită prin

$$x \star y = mx + ny - 1, \forall x, y \in \mathbb{R},$$

în care m şi n sunt constante reale. Valorile parametrilor m şi n astfel încât $(M, \star)$ să fie grup comutativ sunt:

(a) $m = 1, n = 2$; (b) $m = 1, n = -1$; (c) nu există; (d) $m = 1, n = 1$.

12. Fie

$$l=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right).$$

Atunci:

(a) $l=1$; (b) $l=\frac{1}{2}$; (c) $l=0$; (d) $l=\infty$.

13. Fie suma

$$S_n=C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+...+nC_n^n.$$

Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^{2021}S_n}{3^n}$ este:

(a) 1; (b) 0; (c) ∞; (d) 2.

14. Fie $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ şi $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ două şiruri de numere raţionale ce verifică relaţia

$$\left(3+\sqrt{7}\right)^n=x_n+y_n\sqrt{7},\ \forall n\in\mathbb{N}.$$

Dacă $l=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{y_n}$ atunci:

(a) $l=3$; (b) $l=0$; (c) $l=\sqrt{3}$; (d) $l=\sqrt{7}$.

15. Mulţimea punctelor de continuitate ale funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, unde

$$f(x)=\begin{cases}x, & \text{dacă } x\in\mathbb{Q}\\ x^2, & \text{dacă } x\in\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}\end{cases}$$

este:

(a) $\{0,1\}$; (b) $[0,1]$; (c) $\mathbb{Q}$; (d) $\emptyset$.

16. Fie

$$l=\lim_{x\to 0}\frac{e^{\sin x}-e^{\operatorname{tg} x}}{e^{\sin 2x}-e^{\operatorname{tg} 2x}}.$$

Atunci:

(a) $l=0$; (b) $l=\frac{1}{8}$; (c) $l=\frac{1}{2}$; (d) limita nu există.

17. Fie funcţia $f:[-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x+1}$. Să se determine abscisa x_0 a punctului de pe graficul funcţiei f unde tangenta este paralelă cu dreapta care uneşte punctele de pe grafic de abscise 0 şi 3.

(a) $\frac{1}{3}$; (b) $\frac{1}{4}$; (c) $-\frac{5}{6}$; (d) $\frac{5}{4}$.

18. Fie

$$I=\int\frac{dx}{(x^2+1)^2}.$$

Atunci:

(a) $I = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x + \dfrac{x}{2(x^2+1)} + \mathcal{C}$;

(b) $I = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x - \dfrac{x}{2(x^2+1)} + \mathcal{C}$;

(c) $I = \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x + \mathcal{C}$;

(d) $I = \dfrac{x}{2(x^2+1)} + \mathcal{C}$.

19. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}$, notăm $I_n = \displaystyle\int_0^1 x^{2021} \cdot e^{-n^2x^2} dx$. Atunci

$$\lim_{n\to\infty} n^{2021} \cdot I_n$$

are valoarea:

(a) 2021; (b) $\dfrac{1}{2021}$; (c) 0; (d) ∞.

20. Coordonatele punctului comun dreptelor

$$2x - 3y - 5 = 0, 3x + 4y - 16 = 0, 4x - 23y + 7 = 0$$

sunt:

(a) $(4, -1)$; (b) $(4, 1)$; (c) $(1, -1)$; (d) $(2, 2)$.

21. Se consideră punctul A de coordonate $(4, 2)$. Punctele situate pe axa Oy aflate la distanţa $d = 2\sqrt{5}$ faţă de A au coordonatele:

(a) $(-2\sqrt{5}, 0), (2\sqrt{5}, 0)$; (b) $(0, -2\sqrt{5}), (0, 2\sqrt{5})$; (c) $(0, 0), (0, 4)$; (d) $(0, 0), (8, 0)$.

22. Ecuaţia dreptei care trece prin punctul $A(2, 7)$ şi formează cu axa Ox un unghi de 60° este:

(a) $y + x\sqrt{3} = 7$; (b) $y - 7 = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}(x - 2)$;

(c) $y + 7 = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}(x + 2)$; (d) $y - x\frac{1}{\sqrt{3}} = 7 - 2\sqrt{3}$.

23. Se dau vectorii $\overrightarrow{a} = -3\alpha\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$ şi $\overrightarrow{b} = \beta\overrightarrow{i} + \frac{3}{2}\overrightarrow{j}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Condiţia ca vectorii $\overrightarrow{a}$ şi $\overrightarrow{b}$ să fie perpendiculari este:

(a) $\alpha = \beta = 0$; (b) $\frac{\alpha}{\beta} = -1$; (c) $\alpha\beta = 1$; (d) $\alpha + \beta = -1$.

24. Fie

$$\begin{aligned} &\sin\theta + \cos\theta = a \\ &\sin^5\theta + \cos^5\theta = b. \end{aligned}$$

Relaţia dintre a şi b este:

(a) $a(5-a^4)=4b$; (b) $a(3-a^4)=2b$;
(c) $a^4-3=a^3b$; (d) $a^5+a^3-1=b$.

25. Valoarea expresiei:

$$E=\sin 70^0 \cos 50^0+\sin 260^0 \cos 280^0$$

este:

(a) $E=\frac{1}{2}$; (b) $E=\frac{\sqrt{3}}{2}$; (c) $E=\frac{\sqrt{3}}{4}$; (d) $E=1$.