Test 4 admitere AC - 2021

1. Fie $m \in \mathbb{R}$. Rădăcinile ecuaţiei

$$mx^2 + 2(m+1)x + (m-2) = 0$$

au semne contrare dacă

(a) $m \in (0, \infty)$;

(b) $m \in \left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$;

(c) $m \in (0, 2)$;

(d) $m \in \left(-\frac{1}{4}, 2\right)$.

2. Numărul soluţiilor sistemului

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$$

este:

(a) 8;

(b) 4;

(c) 2;

(d) 0.

3. Mulţimea tuturor valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care are loc inegalitatea

$$\left| \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1} \right| < 1$$

este:

(a) $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \setminus \{0\}$;

(b) $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$;

(c) $(-1,1)\setminus\{0\}$;

(d) $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}},\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$.

4. Valorile lui $x\in\mathbb{R}$ pentru care

$$\sqrt{3x-1}-\sqrt{3x+1}>-1$$

sunt:

(a) $\left(\frac{5}{12},\infty\right)$;

(b) $\left(-\frac{1}{3},\infty\right)$;

(c) $\left(\frac{1}{3},\infty\right)$;

(d) $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$.

5. Mulţimea tuturor valorilor lui $x\in\mathbb{R}$ pentru care $|x-1|$, -1, $|3x-5|$ sunt în progresie aritmetică în această ordine, este:

(a) $\emptyset$;

(b) $\{1,2\}$;

(c) $\left\{\frac{2}{3},1\right\}$;

(d) $\left\{\frac{2}{3},2\right\}$.

Răspuns corect: (a). □

6. Numărul rădăcinilor reale ale ecuaţiei

$$\sqrt{1-\sqrt{x^4-x}}=x-1$$

este:

(a) 0;

(b) 1;

(c) 2;

(d) 3.

7. Media aritmetică a soluţiilor ecuaţiei

$$2^x - 4^x = \sqrt{8^x - 16^x}$$

este

(a) $\frac{1}{2}$;

(b) $-\frac{1}{2}$;

(c) 1;

(d) -1.

8. Valoarea numărului natural m pentru care al 10-lea termen al dezvoltării binomului $(5+m)^m$ este cel mai mare, este:

(a) 12;

(b) 14;

(c) 16;

(d) 8.

9. Fie

$$P(x) = x^2 - x\log_a m + 3\log_a m - 8,$$

unde $m \in \mathbb{R}$, $m > 0$, $a > 1$. Valorile lui m pentru care $P(x) > 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, sunt:

(a) $m > a(a+1)$;

(b) $m \in (\sqrt{a}, a)$;

(c) $m \in (a^4, a^8)$;

(d) $m \in (a, 2a)$.

10. Fie matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}, \quad a^2 + b^2 + c^2 > 0.$$

Rangul lui A este

(a) 0;

(b) 1;

(c) 2;

(d) 3.

11. Fie $M = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ şi operaţia $*$ definită prin

$$x * y = 2ax + by + xy, \quad \forall x, y \in M.$$

Valorile parametrilor reali a şi b astfel încât $(M, *)$ să fie grup comutativ şi elementul simetric x' al unui element arbitrar x, sunt:

(a) $a = \frac{1}{2}, b = 1, x' = -\frac{x}{x+1}$;

(b) $a = 1, b = 1, x' = \frac{x}{x+1}$;

(c) $a = \frac{1}{2}, b = 1, x' = \frac{x}{x+1}$;

(d) $a = \frac{1}{2}, b = 1, x' = \frac{1}{x+1}$.

12. Limita

$$\lim_{n \to \infty} n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

este:

(a) 1;

(b) $\frac{1}{2}$;

(c) $\frac{3}{4}$;

(d) ∞.

13. Valoarea lui

$$a = \lim_{n\to\infty} (b_1 + b_2 + \cdots + b_n),$$

unde $b_k = \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$, este:

(a) ∞;

(b) 0;

(c) 1;

(d) $\frac{1}{2}$.

Răspuns corect: (c). $\square$

14. Valoarea limitei

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^2 - x + 1)}{\ln(x^{10} + x + 1)}$$

este:

(a) 1;

(b) $\frac{1}{5}$;

(c) -1;

(d) $\frac{1}{3}$.

15. Fie funcţiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ şi $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, astfel încât

$$f(x) = (x + 2)g(x), \quad \forall x \in \mathbb{R},$$

g este derivabilă în 0 şi $g(0) = 2$, $g'(0) = -1$. Atunci valoarea lui $f'(0)$ este:

(a) -2;

(b) 2;

(c) -1;

(d) 0.

16. Valorile constantelor reale a şi b pentru care funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + b, & x \leq 2 \\ 2ax^3 + 11a, & x > 2, \end{cases}$$

este derivabilă pe $\mathbb{R}$ sunt:

(a) $a = 0, \quad b = -8$;

(b) $a = \frac{1}{9}, \quad b = -5$;

(c) $a = \frac{2}{3}, \quad b = -2$;

(d) $a = \frac{1}{3}, \quad b = 1$.

17. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = \frac{x+m}{x+2} e^{-x}, \quad m \in \mathbb{R}.$$

Să se precizeze valorile lui m pentru care f poate avea două puncte de extrem.

(a) $m \in [2, 6]$;

(b) $m \in (-\infty, \frac{2}{3}]$;

(c) $m \in (\frac{2}{3}, 6)$;

(d) $m \in (-\infty, 2) \cup (6, \infty)$.

18. Valoarea integralei

$$I = \int_{-1}^{1} \frac{t^2(1 - e^t)}{1 + e^t} dt$$

este:

(a) 1;

(b) e;

(c) $\ln 2$;

(d) 0.

19. Derivata funcţiei

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \int_{x^2}^{\sin x} e^{t^2} dt$$

este:

(a) $f'^{\sin^2 x} - e^{x^4}$;

(b) f' nu există;

(c) $f'^{\sin^2 x} \cos x - 2xe^{x^4}$;

(d) $f'^{\sin^2 x} \cos x - e^{x^2}$.

20. În ΔABC avem $|BC| = 2$, $|AB| = \sqrt{2}$ şi $|AC| = 1 + \sqrt{3}$. Atunci măsura unghiului $\hat{A}$ este egală cu:

(a) $\frac{\pi}{2}$;

(b) $\frac{\pi}{3}$;

(c) $\frac{2\pi}{3}$;

(d) $\frac{\pi}{4}$.

21. Ecuaţia dreptei care trece prin punctul $A(2, 7)$ şi formează cu axa (Ox) un unghi de două ori mare decât unghiul format de dreapta $(d) : x - 2y = 1$ cu axa (Ox) este:

(a) $y - x\sqrt{3} = 7$;

(b) $y + 7 = \pm\frac{4}{3}(x - 2)$;

(c) $y - 7 = \pm\frac{4}{3}(x-2)$;

(d) $y - \frac{1}{\sqrt{3}}x = 7 - 2\sqrt{3}$.

22. Cercurile de ecuaţii $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ şi respectiv $x^2 + y^2 - 10x - 5y + 30 = 0$ sunt:

(a) concentrice;

(b) tangente interior;

(c) secante;

(d) tangente exterior.

23. Fie numerele complexe z cu $|z| = 1$, care satisfac relaţia

$$\sin(z + \bar{z}) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + i(z - \bar{z})\right) = 0.$$

Atunci $\mathrm{Re}^4\, z + \mathrm{Im}^4\, z$ este un element al mulţimii:

(a) $\mathbb{N}$;

(b) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$;

(c) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$;

(d) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

24. Se dau vectorii $\bar{a} = -3\alpha\bar{i} + 2\bar{j}$ şi $\bar{b} = \beta\bar{i} + 3\bar{j}$. Condiţia ca vectorii $\bar{a}$ şi $\bar{j}$ să fie coliniari este:

(a) $\alpha = \beta = 0$;

(b) $\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{9}{2}$;

(c) $9\alpha + 2\beta = 0$;

(d) $\alpha + \beta = 1$.

25. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei

$$\frac{\sin^2 x}{(1+\operatorname{tg} x)\cos x} - \frac{\cos^2 x}{(1+\operatorname{ctg} x)\sin x} = \sqrt{2}$$

este:

(a) $\left\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$;

(b) $\left\{\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$;

(c) $\emptyset$;

(d) $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.