

Model 3 test admitere AC - 2021

1. Ultima cifră a numărului $1! + 2! + \dots + 2021!$ este:

(a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) 3.

2. Se notează cu x_1 și x_2 rădăcinile ecuației de gradul al doilea $x^2 - 2x + 2 = 0$. Atunci x_1 și x_2 satisfac relația:

(a) $x_1 + x_2 = -2$; (b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$;

(c) $x_1^2 + x_2^2 = -1$; (d) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 0$.

3. Mulțimea tuturor soluțiilor reale ale inecuației $\frac{x+1}{x-1} \geq 2021$ este:

(a) $\left(1, \frac{2022}{2020}\right]$; (b) $\left(-\infty, \frac{2022}{2020}\right]$; (c) $\left[\frac{2022}{2020}, \infty\right)$; (d) $\left[1, \frac{2022}{2020}\right]$.

4. Soluțiile ecuației

$$5^{2x-3} - 5^x - 5^{x-3} + 1 = 0$$

sunt:

(a) 0 și $\log_5 3$; (b) $\log_3 5$ și 0; (c) 0 și 2; (d) 0 și 3.

5. Mulțimea M a tuturor soluțiilor inecuației $3^{(\log_3 x)^3} \leq x$ este:

(a) $M = \left[\frac{1}{3}, 1\right) \cup [3, +\infty)$; (b) $M = (1, 3)$;

(c) $M = \left(0, \frac{1}{3}\right] \cup [1, 3]$; (d) $M = \emptyset$.

6. Într-o progresie aritmetică primul termen este 1, iar produsul primilor 2020 termeni este 0. Cea mai mare valoare posibilă a sumei primilor 2020 termeni este:

(a) 0; (b) 1010; (c) 2020; (d) 2021.

7. Termenul care nu îl conține pe x din dezvoltarea $\left(\sqrt[6]{\frac{1}{x}} + \sqrt[10]{x}\right)^8$ are valoarea:

(a) 28; (b) 56; (c) 8; (d) 70.

8. Se consideră numerele complexe

$$z_1 = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12},$$
$$z_2 = \cos \frac{7\pi}{12} - i \sin \frac{7\pi}{12}.$$

Atunci modulul numărului complex $z_1 + z_2$ are valoarea:

- (a) 1; (b) 2; (c) $\sqrt{2}$; (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

9. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} a & a & a \\ a & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este un parametru real. Dacă rangul matricei este 2, atunci suma elementelor matricei A are valoarea:

- (a) 15; (b) -3 ; (c) 9; (d) 3.

10. Produsul parametrilor $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ mx + 2y + 3z = 0 \\ m^2x + 4y + 9z = 0 \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat are valoarea:

- (a) 6; (b) 5; (c) 2; (d) 0.

11. Se consideră grupul comutativ $(\mathbb{R} \setminus \{2021\}, *)$, unde $*$ este legea de compoziție:

$$x * y = (x - 2021)(y - 2021) + 2021.$$

Atunci simetricul elementului 2020 în grupul considerat este:

- (a) $\frac{1}{2020}$; (b) 2020; (c) -2020 ; (d) 2022.

12. Fie șirul cu termenul general

$$x_n = (-1)^n \sin \frac{1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

Atunci:

- (a) (x_n) este mărginit și monoton;
(b) (x_n) are limita 0;
(c) (x_n) este nemărginit;
(d) (x_n) are limita 1.

13. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2021} + \dots + \frac{(-1)^n}{2021^n} \right)$$

este:

- (a) $\frac{2021}{2022}$; (b) 2021; (c) $\frac{2022}{2021}$; (d) $\frac{2020}{2022}$.

14. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\sin x - x \cos x}$$

este:

(a) 0; (b) 2; (c) ∞ ; (d) 1.

15. Care dintre afirmațiile de mai jos este adevărată pentru funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$?

- (a) Pentru $x < e\sqrt{e}$, funcția f este convexă și, pentru $x > e\sqrt{e}$, funcția f este concavă;
(b) Pentru $x > e\sqrt{e}$, funcția f este convexă și, pentru $x < e\sqrt{e}$, funcția f este concavă;
(c) Pentru $x > e$, funcția f este convexă și, pentru $x < e$, funcția f este concavă;
(d) Pentru $x < e$, funcția f este convexă și, pentru $x > e$, funcția f este concavă.

16. Valoarea lui $a > 0$ pentru care asimptotele funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{ax^2 + 1}{x}$$

fac între ele un unghi de 45° este:

(a) $\sqrt{3}$; (b) 1; (c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; (d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

17. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \operatorname{arctg} x$$

și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ primitiva funcției f care satisface $F(0) = 0$. Atunci $F(1)$ este egală cu:

(a) $\frac{\pi}{4} - \frac{\ln 2}{2}$; (b) $\frac{\ln 2}{2}$; (c) $\frac{\pi}{4}$; (d) $\frac{\pi}{4} + \frac{\ln 2}{2}$.

18. Valoarea integralei

$$\int_{\sqrt{3}}^3 \frac{9}{\sqrt{3}x^4 + 9x^2} dx$$

este:

(a) $\frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{\pi}{36}$; (b) $\frac{\sqrt{3}-1}{3} - \frac{\pi}{12}$;
(c) $\frac{6\sqrt{3}-2}{27} - \frac{\pi}{36}$; (d) $\frac{\sqrt{3}-1}{3} - \ln \frac{3}{2}$.

19. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_{2021}^x \sin \frac{1}{t} dt}{\ln x}$$

este:

- (a) 1; (b) $\frac{1}{2}$; (c) 0; (d) 2021.

20. În $\triangle ABC$ bisectoarea $\sphericalangle A$ intersectează latura BC în D . Știind că $AB = 2020$ și $AC = 2021$, raportul ariilor triunghiurilor ACD și ABD are valoarea:

- (a) $\frac{2021^2}{2020^2}$; (b) $\frac{2020}{2021}$; (c) $\frac{2021}{2020}$; (d) $\frac{2020^2}{2021^2}$.

21. Fie \mathcal{C} cercul cu centrul în punctul $A(1, 1)$, tangent la axele de coordonate. Distanța maximă față de origine a unui punct de pe cercul \mathcal{C} are valoarea:

- (a) $\sqrt{2} + 1$; (b) $\sqrt{3}$; (c) $\sqrt{5}$; (d) $\sqrt{2} - 1$.

22. Se consideră punctele $A(4, 7)$, $B(2, 4)$, $C(5, 3)$. Dreapta care trece prin punctul A și este perpendiculară pe BC are ecuația:

- (a) $3x + 5y - 1 = 0$; (b) $3x - y - 5 = 0$;
(c) $x + 7y - 2 = 0$; (d) $3x + 5y - 18 = 0$.

23. Se dau punctele $A(6, 1)$, $B(6, -6)$ și $M(x, x)$, cu $x \in \mathbb{R}$. Valoarea minimă a sumei $|AM| + |MB|$ este:

- (a) $12\sqrt{2}$; (b) 13; (c) 12; (d) 9.

24. Dacă $z \in \mathbb{C}^*$ este o rădăcină a ecuației $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \frac{\pi}{2021}$, atunci $z^{2021} + \frac{1}{z^{2021}}$ are valoarea:

- (a) 1; (b) 2; (c) -2; (d) 0.

25. Fie $x, y \in \mathbb{R}$ astfel încât

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = \frac{1}{2} \\ \cos x + \cos y = 1. \end{cases}$$

Atunci $\cos(x - y)$ are valoarea:

- (a) $-\frac{3}{8}$; (b) $\frac{1}{8}$; (c) $-\frac{3}{4}$; (d) $\frac{3}{8}$.