

Model 4 test admitere AC - 2021

1. Fie $m \in \mathbb{R}$. Rădăcinile ecuației

$$mx^2 + 2(m+1)x + (m-2) = 0$$

au semne contrare dacă

- (a) $m \in (0, \infty)$;
- (b) $m \in [-\frac{1}{4}, \infty)$;
- (c) $m \in (0, 2)$;
- (d) $m \in (-\frac{1}{4}, 2)$.

2. Numărul soluțiilor sistemului

$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$$

este:

- (a) 8;
- (b) 4;
- (c) 2;
- (d) 0.

3. Mulțimea tuturor valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care are loc inegalitatea

$$\left| \frac{2x^2 - 1}{x^2 - 1} \right| < 1$$

este:

- (a) $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \setminus \{0\}$;

(b) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$;

(c) $(-1, 1) \setminus \{0\}$;

(d) $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}\right)$.

4. Valorile lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care

$$\sqrt{3x-1} - \sqrt{3x+1} > -1$$

sunt:

(a) $\left(\frac{5}{12}, \infty\right)$;

(b) $\left(-\frac{1}{3}, \infty\right)$;

(c) $\left(\frac{1}{3}, \infty\right)$;

(d) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$.

5. Mulțimea tuturor valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $|x-1|$, -1 , $|3x-5|$ sunt în progresie aritmetică în această ordine, este:

(a) \emptyset ;

(b) $\{1, 2\}$;

(c) $\left\{\frac{2}{3}, 1\right\}$;

(d) $\left\{\frac{2}{3}, 2\right\}$.

Răspuns corect: (a).

□

6. Numărul rădăcinilor reale ale ecuației

$$\sqrt{1 - \sqrt{x^4 - x}} = x - 1$$

este:

(a) 0;

- (b) 1;
- (c) 2;
- (d) 3.

7. Media aritmetică a soluțiilor ecuației

$$2^x - 4^x = \sqrt{8^x - 16^x}$$

este

- (a) $\frac{1}{2}$;
- (b) $-\frac{1}{2}$;
- (c) 1;
- (d) -1.

8. Valoarea numărului natural m pentru care al 10-lea termen al dezvoltării binomului $(5 + m)^m$ este cel mai mare, este:

- (a) 12;
- (b) 14;
- (c) 16;
- (d) 8.

9. Fie

$$P(x) = x^2 - x \log_a m + 3 \log_a m - 8,$$

unde $m \in \mathbb{R}$, $m > 0$, $a > 1$. Valorile lui m pentru care $P(x) > 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, sunt:

- (a) $m > a(a + 1)$;
- (b) $m \in (\sqrt{a}, a)$;
- (c) $m \in (a^4, a^8)$;

(d) $m \in (a, 2a)$.

10. Fie matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}, \quad a^2 + b^2 + c^2 > 0.$$

Rangul lui A este

(a) 0;

(b) 1;

(c) 2;

(d) 3.

11. Fie $M = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ și operația $*$ definită prin

$$x * y = 2ax + by + xy, \quad \forall x, y \in M.$$

Valorile parametrilor reali a și b astfel încât $(M, *)$ să fie grup comutativ și elementul simetric x' al unui element arbitrar x , sunt:

(a) $a = \frac{1}{2}, b = 1, x' = -\frac{x}{x+1}$;

(b) $a = 1, b = 1, x' = \frac{x}{x+1}$;

(c) $a = \frac{1}{2}, b = 1, x' = \frac{x}{x+1}$;

(d) $a = \frac{1}{2}, b = 1, x' = \frac{1}{x+1}$.

12. Limita

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

este:

(a) 1;

- (b) $\frac{1}{2}$;
- (c) $\frac{3}{4}$;
- (d) ∞ .

13. Valoarea lui

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} (b_1 + b_2 + \dots + b_n),$$

unde $b_k = \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$, este:

- (a) ∞ ;
- (b) 0;
- (c) 1;
- (d) $\frac{1}{2}$.

Răspuns corect: (c).

□

14. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 - x + 1)}{\ln(x^{10} + x + 1)}$$

este:

- (a) 1;
- (b) $\frac{1}{5}$;
- (c) -1;
- (d) $\frac{1}{3}$.

15. Fie funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ și $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, astfel încât

$$f(x) = (x + 2)g(x), \quad \forall x \in \mathbb{R},$$

g este derivabilă în 0 și $g(0) = 2$, $g'(0) = -1$. Atunci valoarea lui $f'(0)$ este:

- (a) -2;

- (b) 2;
- (c) -1;
- (d) 0.

16. Valorile constantelor reale a și b pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + b, & x \leq 2 \\ 2ax^3 + 11a, & x > 2, \end{cases}$$

este derivabilă pe \mathbb{R} sunt:

- (a) $a = 0, \quad b = -8$;
- (b) $a = \frac{1}{9}, \quad b = -5$;
- (c) $a = \frac{2}{3}, \quad b = -2$;
- (d) $a = \frac{1}{3}, \quad b = 1$.

17. Fie funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = \frac{x + m}{x + 2} e^{-x}, \quad m \in \mathbb{R}.$$

Să se precizeze valorile lui m pentru care f poate avea două puncte de extrem.

- (a) $m \in [2, 6]$;
- (b) $m \in (-\infty, \frac{2}{3}]$;
- (c) $m \in (\frac{2}{3}, 6)$;
- (d) $m \in (-\infty, 2) \cup (6, \infty)$.

18. Valoarea integralei

$$I = \int_{-1}^1 \frac{t^2(1 - e^t)}{1 + e^t} dt$$

este:

- (a) 1;
- (b) e ;
- (c) $\ln 2$;
- (d) 0.

19. Derivata funcției

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \int_{x^2}^{\sin x} e^{t^2} dt$$

este:

- (a) $f' \sin^2 x - e^{x^4}$;
- (b) f' nu există;
- (c) $f' \sin^2 x \cos x - 2xe^{x^4}$;
- (d) $f' \sin^2 x \cos x - e^{x^2}$.

20. În $\triangle ABC$ avem $|BC| = 2$, $|AB| = \sqrt{2}$ și $|AC| = 1 + \sqrt{3}$. Atunci măsura unghiului \hat{A} este egală cu:

- (a) $\frac{\pi}{2}$;
- (b) $\frac{\pi}{3}$;
- (c) $\frac{2\pi}{3}$;
- (d) $\frac{\pi}{4}$.

21. Ecuația dreptei care trece prin punctul $A(2, 7)$ și formează cu axa (Ox) un unghi de două ori mare decât unghiul format de dreapta $(d) : x - 2y = 1$ cu axa (Ox) este:

- (a) $y - x\sqrt{3} = 7$;
- (b) $y + 7 = \pm \frac{4}{3}(x - 2)$;

(c) $y - 7 = \pm \frac{4}{3}(x - 2)$;

(d) $y - \frac{1}{\sqrt{3}}x = 7 - 2\sqrt{3}$.

22. În $\triangle ABC$ avem $m(\hat{A}) = \frac{\pi}{4}$, $|AB| = 3$, și $|AC| = 4$. Atunci aria $\triangle ABC$ este egală cu:

(a) $\sqrt{2}$;

(b) $\frac{5}{2}$;

(c) $3\sqrt{2}$;

(d) 6.

23. Fie numerele complexe z cu $|z| = 1$, care satisfac relația

$$\sin(z + \bar{z}) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + i(z - \bar{z})\right) = 0.$$

Atunci $\operatorname{Re}^4 z + \operatorname{Im}^4 z$ este un element al mulțimii:

(a) \mathbb{N} ;

(b) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$;

(c) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$;

(d) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

24. Se dau vectorii $\bar{a} = -3\alpha\bar{i} + 2\bar{j}$ și $\bar{b} = \beta\bar{i} + 3\bar{j}$. Condiția ca vectorii \bar{a} și \bar{j} să fie coliniari este:

(a) $\alpha = \beta = 0$;

(b) $\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{9}{2}$;

(c) $9\alpha + 2\beta = 0$;

(d) $\alpha + \beta = 1$.

25. Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\frac{\sin^2 x}{(1 + \operatorname{tg} x) \cos x} - \frac{\cos^2 x}{(1 + \operatorname{ctg} x) \sin x} = \sqrt{2}$$

este:

- (a) $\{\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$;
- (b) $\{\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$;
- (c) \emptyset ;
- (d) $\{\pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.