Universitatea Tehnică "Gheorghe Asachi" din Iaşi
Facultatea de Automatică şi Calculatoare
Admitere – sesiunea 2021
Domeniile: Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei
Ingineria sistemelor (Automatică şi informatică aplicată)

Subiecte (model 5) la testul grilă de Matematică

1. Numărul soluţiilor ecuaţiei
$\sqrt{x-3}+2\sqrt{6+x-x^2}=\sqrt{x+13}-4$
este:
(a) 0; **(b)** 1; **(c)** 2; **(d)** 3.

2. Fie x_1 şi x_2 rădăcinile ecuaţiei $x^2+2x+11=0$. Valoarea expresiei $E=(x_1)^3\,x_2+x_1\,(x_2)^3$ este
(a) $E=-198$; **(b)** $E=-18$; **(c)** $E=11$; **(d)** $E=-198$.

3. Să se determine numerele reale x,y,z ştiind că x,y,z sunt în progresie aritmetică cu raţia nenulă, x,z,y sunt în progresie geometrică şi $x+y+z=18$.
(a) $24,6,-12$; **(b)** $6,6,6$; **(c)** $-6,2,10$; **(d)** $-12,6,24$.

4. Numărul h al termenilor independenţi de x din dezvoltarea binomului $\left(\sqrt[3]{x^2}+\dfrac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{10}$ este:
(a) $h=0$; **(b)** $h=1$; **(c)** $h=2$; **(d)** $h=11$.

5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[8]{2}\cdot\sqrt[16]{2}\cdot\ldots\cdot\sqrt[2^n]{2}\right)$ este:
(a) 1; **(b)** ∞; **(c)** 2; **(d)** 4.

6. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-\ln\left(1+x^2\right)$ şi F o primitivă a funcţiei f cu $F(0)=0$. Atunci $F(1)$ este:
(a) $-\dfrac{1}{2}$; **(b)** $\dfrac{5}{2}-\ln 2-\dfrac{\pi}{2}$; **(c)** $\dfrac{5}{2}-\ln 2-\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$; **(d)** $5-\ln 2-\dfrac{\pi}{4}$.

7. Fie punctele din plan $A(1,2)$ şi $B(3,4)$. Fie C simetricul lui A faţă de B. Ecuaţia dreptei ce trece prin C şi este perpendiculară pe AB este:
(a) $(d):-x+y-1=0$; **(b)** $(d):x+y+1=0$;
(c) $(d):2x+y-6=0$; **(d)** $(d):x+y-11=0$.

8. Mulţimea M a tuturor soluţiilor x ale inecuaţiei
$3\cdot 4^x-6^x>2\cdot 9^x$
este:
(a) $M=\left(-\frac{3}{2},1\right)$; **(b)** $M=(0,1)$; **(c)** $M=(-\infty,0)$; **(d)** $M=\left(\frac{3}{2},\infty\right)$.

9. Mulţimea tuturor $m \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii
$\overrightarrow{a} = (m+1)\overrightarrow{i} + 3m\overrightarrow{j}$ şi $\overrightarrow{b} = (m-1)\overrightarrow{i} + m\overrightarrow{j}$
să aibă aceeaşi lungime şi să fie perpendiculari este
(a) $\left\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right\}$; **(b)** $\emptyset$; **(c)** $\left\{\frac{1}{2}\right\}$; **(d)** $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

10. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ astfel încât funcţia

$$f : (0,\pi) \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} e^{-4x+3}, & \text{dacă } x \in (0,1] \\ a\dfrac{\sin(x-1)}{x^2-4x+3}, & \text{dacă } x \in (1,\pi) \end{cases}$$

să fie continuă pe $(0,\pi)$.
(a) $a = -3e^3$; **(b)** $a = -\dfrac{2}{e}$; **(c)** $a = e^{-1}$; **(d)** nu există a cu proprietatea cerută.

11. Fie funcţia $f : [-1,1] \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^3 e^{x^2}, & \text{dacă } x \in [-1,0) \\ x^2 e^{x^3}, & \text{dacă } x \in [0,1] \end{cases}$ şi $I = \int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.
Atunci:
(a) $I = \frac{1}{3}e - \frac{5}{6}$; **(b)** $I = e - 2$; **(c)** $I = \frac{2}{3}e - \frac{7}{6}$; **(d)** $I = \frac{4}{3}e - \frac{9}{6}$;.

12. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{dacă } x \leq 2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + x, & \text{dacă } x > 2. \end{cases}$
Atunci:
(a) f este descrescătoare pe $\mathbb{R}$; **(b)** f este injectivă pe $\mathbb{R}$;
(c) f este surjectivă pe $\mathbb{R}$; **(d)** f este impară pe $[-1,1]$.

13. Fie $A = \{21, 22, 23\}$ şi $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Probabilitatea de a alege din mulţimea tuturor funcţiilor $f : A \to B$ o funcţie injectivă este:
(a) $\frac{12}{25}$; **(b)** $\frac{4}{25}$; **(c)** $\frac{24}{125}$; **(d)** $\frac{5}{12}$.

14. Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2000 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Atunci $\det\left(A + A^2 + ...A^{2021}\right)$ este:
(a) 2021^2; **(b)** 2021; **(c)** $1000 \cdot 2021 \cdot 2022$; **(d)** 2000.

15. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x\left(x^2+1\right), & \text{dacă } x \leq 0 \\ \operatorname{arctg} x, & \text{dacă } x > 0 \end{cases}$. Atunci:
(a) f nu este derivabilă pe $\mathbb{R}$; **(b)** $f'(0) = 1$;
(c) $f'(0) = 0$; **(d)** f nu are asimptotă orizontală la $+\infty$.

16. Fie $x \in \mathbb{R}$. Atunci $E = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos^2(x+\pi)$ are valoarea:
(a) 0; **(b)** 1; **(c)** $2\cos^2 x$; **(d)** $2\sin^2 x$.

17. Numărul complex $z = i - \sqrt{3}$, unde i este unitatea imaginară, are conjugatul $\overline{z}$. Atunci $(\overline{z})^3$ aparţine mulţimii:
(a) $\mathbb{N}$; **(b)** $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; **(c)** $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; **(d)** $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$.

18. Fie sistemul $\begin{cases} 2x+y+z=2021 \\ \quad -ay+z=-1 \\ a^2x+ \quad z=5 \end{cases}$ şi

$M=\{a\in\mathbb{R};\text{sistemul este compatibil nedeterminat}\}$. Atunci:

(a) $M=\mathbb{R}\setminus\{-2,0,1\}$; **(b)** $M=\{-2,0,1\}$; **(c)** $M=\mathbb{R}\setminus\{0\}$; **(d)** $M=\{-2,1\}$.

19. Fie

$f:[1,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$;

$a_n=\dfrac{1}{f(1)}+\dfrac{1}{f(2)}+\dfrac{1}{f(3)}+...+\dfrac{1}{f(n)}, \forall n\in\mathbb{N}^*.$

Atunci:

(a) şirul este strict descrescător; **(b)** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=+\infty$;

(c) $a_n\leq 1, \forall n\in\mathbb{N}, n\geq 2$; **(d)** şirul este mărginit.

20. Pe mulţimea $G=(-1,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie

$x*y=xy+x+y, \forall x,y\in(-1,+\infty)$.

Fie M o mulţime căreia îi aparţine elementul neutru e al legii de compoziţie anterioare şi z soluţia ecuaţiei $z*2000=e$. Atunci:

(a) $M=(-1,1)$ şi $z=-\dfrac{2000}{2001}$; **(b)** $M=(0,1)$ şi $z=-2000$;

(c) $M=(0,2000)$ şi $z=-1$; **(d)** $M=(-1,0)$ şi $z=\frac{-1}{2000}$.

21. Fie $x\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right), y\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x=\frac{4}{5}$ şi $\cos y=\frac{-1}{3}$. Atunci $\sin(2x+y)$ are valoarea:

(a) $\frac{24+14\sqrt{2}}{75}$; **(b)** $\frac{24-14\sqrt{2}}{75}$; **(c)** $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$; **(d)** 1.

22. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$. Atunci:

(a) f este derivabilă pe $\mathbb{R}$ şi $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}, \forall x\in\mathbb{R}$;

(b) f este descrescătoare pe $(-\infty,0]$;

(c) f este convexă pe $[0,\infty)$;

(d) f este funcţie impară pe $\mathbb{R}$.

23. tg $\frac{5\pi}{6}$ este:

(a) $\sqrt{3}$; **(b)** $-\sqrt{3}$; **(c)** $\dfrac{-1}{\sqrt{3}}$; **(d)** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

24. Fie $f:\left(\frac{-1}{2},\infty\right)\to\mathbb{R}$ funcţia derivabilă cu valori nenule ce verifică

$\begin{cases} f^3(x)+f'(x)=0, \forall x\in\left(\frac{-1}{2},\infty\right) \\ f(0)=1 \end{cases}$.

Atunci:

(a) $f(1010)=\dfrac{1}{\sqrt{2021}}$; **(b)** $f(1010)=\dfrac{-1}{\sqrt{2021}}$;

(c) $f(1010)=\sqrt[4]{\dfrac{3}{2020}}$; **(d)** $f(1010)=-\sqrt[4]{\dfrac{3}{2020}}$.

25. Vârfurile triunghiului ABC au coordonatele $A(-1,2)$, $B(-2,a)$, $C(b,-1)$, cu $a,b \in \mathbb{R}$. Să se determine perimetrul triunghiului ABC, ştiind că centrul său de greutate este $G(0,1)$.

(a) $P = \sqrt{10} + 5 + \sqrt{34}$; **(b)** $P = 6 + \sqrt{34}$;

(c) $P = 6 + \sqrt{10}$; **(d)** $P = 2 + 2\sqrt{5}$.