

Model 6 test admitere AC - 2021

1. Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care inegalitatea

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + m > 0$$

este adevărată pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$ sunt:

- (a) $m \in (-\infty, 0)$;
- (b) $m \in (0, 4)$;
- (c) $m \in (8, \infty)$;
- (d) $m \in (4, \infty)$.

2. Valorile reale ale lui λ pentru care

$$\lambda x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda + 2 > 0, \quad \forall x \in [0, 3]$$

sunt:

- (a) $\lambda > 0$;
- (b) $-2 < \lambda \leq 0$;
- (c) $\lambda \geq 0$;
- (d) $\lambda \geq -2$.

3. Mulțimea soluțiilor inecuației

$$\frac{1 - \sqrt{1 - 4x^2}}{x} < 3$$

este:

- (a) $\mathbb{R}$;
- (b) $[-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{2}]$;

(c) $(0, \frac{6}{13})$;

(d) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$.

4. Numărul

$$a = \sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10} - \sqrt[3]{6\sqrt{3} + 10}$$

apartține mulțimii

(a) $\mathbb{N}$;

(b) $\mathbb{Z}$;

(c) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$;

(d) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$.

5. Mulțimea tuturor valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care funcția

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x + m, & x \leq 1 \\ 2mx - 1, & x > 1 \end{cases}$$

este surjectivă pe $\mathbb{R}$, este:

(a) $(-2, 0)$;

(b) $(0, 2]$;

(c) $(0, \infty)$;

(d) $(-\infty, 0)$.

6. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației

$$\log_5 x > \log_{125}(3x - 2)$$

este

(a) $(-1, 0)$;

- (b) $(\frac{2}{3}, 1)$;
- (c) $(-2, \infty)$;
- (d) $(\frac{2}{3}, 1) \cup (1, \infty)$.

7. Soluțiile ecuației

$$5^{2x} - 3 \cdot 5^x + 2 = 0$$

sunt

- (a) $x = 0, x = \log_5 3$;
- (b) $x = \log_5 2, x = 0$;
- (c) $x = 1, x = 2$;
- (d) $x = 2, x = 0$.

8. Numărul soluțiilor reale ale ecuației

$$x + 2^x + \log_2 x = 7$$

este

- (a) 0;
- (b) 1;
- (c) 2;
- (d) 3.

9. Fie matricea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \epsilon & \epsilon^2 \\ 1 & \epsilon^2 & \epsilon \end{pmatrix},$$

unde ϵ este o rădăcină a ecuației $x^2 + x + 1 = 0$. Matricea A^{2016} este:

- (a) $3^{1008} I_3$;

(b) $3^{1008} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$

(c) $3^{1008} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \epsilon^2 & \epsilon \\ 1 & \epsilon & \epsilon^2 \end{pmatrix};$

(d) I_3 .

10. Termenul care nu îl conține pe x în dezvoltarea

$$\left(\frac{x-1}{x-x^{\frac{1}{2}}} + \frac{x-1}{x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}+1} \right)^{25}, \quad x > 0, \quad x \neq 1,$$

este:

(a) $T_{15};$

(b) $T_{16};$

(c) $T_{17};$

(d) $T_{31}.$

11. Pe mulțimea $G = (0, \infty)$ se definește operația $*$, prin

$$x * y = \frac{2xy}{x+y}, \quad \forall x, y \in G.$$

Care din următoarele afirmații este adevărată?

(a) $(G, *)$ este grup comutativ;

(b) $(G, *)$ este grup necomutativ;

(c) $(G, *)$ este monoid;

(d) legea $*$ nu este asociativă.

12. Limita

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^2 + 1}{n + 2} \ln \frac{n + 1}{n}},$$

este:

- (a) $\frac{1}{2}$;
- (b) 1;
- (c) e ;
- (d) ∞ .

13. Fie șirul de numere reale

$$x_n = (-1)^{n-1} \left(2 + \frac{3}{n} \right), \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Atunci:

- (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 2$;
- (b) $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ e șir monoton;
- (c) $\min_{n \in \mathbb{N}^*} x_n = -\frac{7}{2}$ și $\max_{n \in \mathbb{N}^*} x_n = 5$;
- (d) $\min_{n \in \mathbb{N}^*} x_n = -2$ și $\max_{n \in \mathbb{N}^*} x_n = 2$.

14. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 + x + 1) + \ln(1 - x + x^2)}{x^2}$$

este:

- (a) 3;
- (b) 2;
- (c) -1;
- (d) 1.

15. Fie $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$, unde $f(x) = \frac{x+3}{x^2-1}$. Numărul soluțiilor ecuației $f^{(5)}(x) = 0$ este:

- (a) 1;
- (b) 2;
- (c) 5;
- (d) 6.

16. Valorile constantelor reale a , b și c pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = xe^x + e^{-2x},$$

verifică egalitatea

$$f'''(x) + af''(x) + bf'(x) + cf(x) = 0, \quad x \in \mathbb{R},$$

sunt:

- (a) $a = 1, \quad b = -1, \quad c = 2;$
- (b) $a = -1, \quad b = -1, \quad c = 3;$
- (c) $a = 0, \quad b = -3, \quad c = 2;$
- (d) $a = 1, \quad b = 0, \quad c = 3.$

17. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin

$$f(x) = \frac{me^x - (1+m)e^{-x}}{1+e^x}.$$

Să se precizeze valorile lui m pentru care f este strict monotonă pe $\mathbb{R}$.

- (a) $m \in [0, \infty);$
- (b) $m \in [0, 1];$
- (c) $m \in (-\infty, -1] \cup [0, \infty);$

(d) $m \in \mathbb{R}$.

18. Valoarea integralei

$$I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

este:

(a) $\frac{\pi^2}{4}$;

(b) 0;

(c) $\frac{\pi}{2}$;

(d) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

19. Derivata funcției

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \int_0^{\arctg x} e^{\tg^2 t} dt$$

este:

(a) $f'(x) = \frac{e^{x^2}}{1+x^2}$;

(b) f' nu există;

(c) $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$;

(d) f'^{x^2} .

20. O latură a unui triunghi este situată pe axa Ox , iar celelalte două pe dreptele de ecuații $2x - 3y + 6 = 0$ respectiv $3x + 2y - 6 = 0$. Coordonatele ortocentrului sunt:

(a) $(\frac{6}{13}, \frac{27}{13})$;

(b) $(\frac{1}{2}, 2)$;

(c) $(\frac{6}{13}, \frac{30}{13})$;

(d) $(\frac{1}{2}, \frac{9}{4})$.

21. Dacă punctele $A(1, 1)$, $B(3, 2)$ și $C(m, m + 3)$ sunt coliniare, atunci:

- (a) $m = 0$;
- (b) $m = -5$;
- (c) $m \in \mathbb{R}$;
- (d) $m = 3$.

22. Dată matricea coloană $X = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, îi asociem vectorul $\vec{x} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j}$.

Fie matricile

$$A(t) = \begin{pmatrix} \cos t & \sin t \\ -\sin t & \cos t \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R},$$

$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $U = A\left(-\frac{\pi}{12}\right) \cdot B$ și $V = A\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot B$. Atunci cosinusul unghiului dintre vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$, asociați respectiv matricelor coloană U și V , are valoarea:

- (a) 0;
- (b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;
- (c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;
- (d) $\frac{1}{2}$.

23. Măsura unghiului dintre vectorii $\vec{a} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ și $\vec{b} = 8\vec{i} + 6\vec{j}$ este egală cu:

- (a) 0;
- (b) $\frac{\pi}{2}$;
- (c) $\frac{3\pi}{2}$;
- (d) $\frac{\pi}{3}$.

24. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$. Partea reală a numărului complex

$$\left(\operatorname{ctg} \frac{(2k+1)\pi}{2n} + i \right)^n$$

este egală cu:

- (a) 1;
- (b) -1 ;
- (c) 0;
- (d) 2.

25. Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\sqrt{3} \sin 4x + 8 \sin^2 x \cos^2 x = 1$$

este:

- (a) $\left\{ (2k+1)\frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}$;
- (b) $\left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}$;
- (c) $\left\{ \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$;
- (d) $\left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.