Universitatea Tehnică "Gheorghe Asachi" din Iaşi
Facultatea de Automatică şi Calculatoare
Admitere – sesiunea 2021
Domeniile: Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei
Ingineria sistemelor (Automatică şi informatică aplicată)

Subiecte (model 2) la testul grilă de Matematică

1. Numărul complex $z = i\sqrt{3} - 1$, unde i este unitatea imaginară, are conjugatul $\overline{z}$. Atunci $(\overline{z})^3$ aparţine mulţimii:
(a) $\mathbb{N}$; **(b)** $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$; **(c)** $\mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$; **(d)** $\mathbb{C} \backslash \mathbb{R}$.

2. Fie parametrul $m \in \mathbb{R}$ şi ecuaţia
$mx^2 + (m+1)\,x + m - 1 = 0.$
Atunci condiţia necesară şi suficientă ca ecuaţia anterioară să nu admită rădăcini reale este:
(a) $m \in \left(3 - 2\sqrt{3}, 3 + 2\sqrt{3}\right)$; **(b)** $m \in \left(1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$;
(c) $m \in \left[1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$; **(d)** $m \in \left(-\infty, 1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$.

3. Suma primilor 10 termeni ai unei progresii aritmetice ce are al doilea termen $a_2 = 5$ şi al cincilea termen $a_5 = 14$ este:
(a) 155; **(b)** 126; **(c)** 145; **(d)** 150.

4. Dintre 6 elevi de clasa a XI-a şi 4 elevi de clasa a XII-a se aleg 5 persoane pentru a forma o echipă de lot pentru un hackathon. În câte moduri se poate alcătui această echipă, ştiind că în componenţa ei trebuie să fie cel puţin 3 elevi de clasa a XII-a?
(a) 60; **(b)** 66; **(c)** 864; **(d)** 144.

5. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = e^{-2x}$. Atunci:
(a) funcţia derivată f' este monoton descrescătoare pe $\mathbb{R}$;
(b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f'(2021) + f''(2021) + \dots + f^{(n)}(2021)}{f^{(n)}(2021)} = \dfrac{-1}{3}$;
(c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f'(2) + f''(2) + \dots + f^{(n)}(2)}{f^{(n)}(2)} = \dfrac{2}{3}$;
(d) graficul funcţiei derivate f' are asimptotă verticală.

6. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{1}{21 + |x - 21|}$. Atunci o primitivă pe $\mathbb{R}$ a funcţiei f este:
(a) $F(x) = \begin{cases} \ln 21 - \ln(2 \cdot 21 - x), & x \le 21 \\ \ln x - \ln 21, & x > 21 \end{cases}$; **(b)** $F(x) = \begin{cases} 2 - \ln(2 \cdot 21 - x), & x \le 21 \\ \ln x, & x > 21 \end{cases}$;
(c) $F(x) = 21 + \ln|21 + |x - 21||$; **(d)** $F(x) = \begin{cases} \ln(2 \cdot 21 - x), & x < 21 \\ \ln 21 & x = 21 \\ \ln x, & x > 21 \end{cases}$.

7. Fie ΔABC cu $BC = 8$ şi $\cos A = \frac{4}{5}$. Diametrul cercului circumscris are valoarea:
(a) 10; **(b)** $\dfrac{40}{3}$; **(c)** 11; **(d)** 8.

8. Mulţimea M a tuturor soluţiilor ecuaţiei $7^{2\sqrt{x-1}} - 10 \cdot 7^{\sqrt{x-1}} + 21 = 0$ este:
(a) $M = \{3, 7\}$; **(b)** $M = \{1, \log_7 3\}$; **(c)** $M = \left\{2, 1 + (\log_7 3)^2\right\}$; **(d)** $M = \{2\}$.

9. Fie $\overrightarrow{r_A} = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{r_B} = -\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$ şi $\overrightarrow{r_C} = 2\overrightarrow{i} + 7\overrightarrow{j}$ vectorii de poziţie ai vârfurilor triunghiului ABC şi $\overrightarrow{r_G}$ vectorul de poziţie al centrului de greutate a triughiului. Atunci cosinusul unghiului format de $\overrightarrow{r_A}$ şi $\overrightarrow{r_G}$ este:
(a) $\dfrac{3}{\sqrt{10}}$; **(b)** $\dfrac{1}{\sqrt{10}}$; **(c)** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$; **(d)** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

10. Se dă funcţia $f : \mathbb{D} \to \mathbb{R}, f(x) = \dfrac{\arcsin \sqrt{x}}{1 - \ln(e - x)}$. Domeniul maximal de continuitate pentru f este:
(a) $\mathbb{D} = (0, e)$; **(b)** $\mathbb{D} = [0, 1]$; **(c)** $\mathbb{D} = (0, 1]$; **(d)** $\mathbb{D} = [0, e)$.

11. Derivata funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \displaystyle\int_{x^2}^{\sin x} e^{t^2} dt$ este:
(a) $f'(x) = e^{\sin^2 x} - e^{x^4}$; **(b)** f' nu există;
(c) $f'(x) = e^{\sin^2 x} \cdot \cos x - e^{x^4} \cdot 2x$; **(d)** $f'(x) = e^{\sin^2 x} \cdot \cos x - e^{x^2}$.

12. Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} -4x^2 - 3x + 1, & \text{dacă } x < 0 \\ e^x & \text{dacă } x \geq 0 \end{cases}$:
(a) nu este monotonă pe $\mathbb{R}$; **(b)** este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$;
(c) este injectivă pe $\mathbb{R}$; **(d)** nu este surjectivă.

13. Fie $A = \{2020, 2021, 2022\}$ şi $B = \{10, 20, 30, 40, 50\}$. Probabilitatea de a alege din mulţimea tuturor funcţiilor $f : A \to B$ o funcţie injectivă este
(a) $\dfrac{12}{25}$; **(b)** $\dfrac{12}{15}$; **(c)** $\dfrac{24}{125}$; **(d)** $\dfrac{20}{81}$.

14. Fie $A = (a_{ij})_{i=\overline{1,3}, j=\overline{1,3}}$ şi $B = (b_{ij})_{i=\overline{1,3}, j=\overline{1,3}}$ două matrice cu $a_{ij} = \min(i, j)$ şi $b_{ij} = \max(i, j)$, $i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3}$. Atunci:
(a) $\det(A - B) = -2$; **(b)** $\det(A + B) = 4$; **(c)** $\operatorname{rang}(A - B) = 2$; **(d)** $\operatorname{rang}(A + B) = 2$.

15. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 3$. Atunci:
(a) f admite puncte de extrem local, iar abscisele lor sunt 2 şi 4;
(b) f admite puncte de extrem local, iar abscisele lor sunt 19 şi 23;
(c) f este convexă pe $(-\infty, 2]$;
(d) f este crescătoare pe $[2, 4]$.

16. Fie parametrul $m \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\overrightarrow{a} = -\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$ şi $\overrightarrow{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{i} + m\overrightarrow{j}$ să fie perpendiculari. Atunci $E = m + \sin \dfrac{5\pi}{6} \cdot \cos \dfrac{7\pi}{4}$ este:
(a) $\dfrac{\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{4}$; **(b)** $\dfrac{-\sqrt{2}}{4}$; **(c)** 0; **(d)** $\dfrac{1 - 2\sqrt{2}}{4}$.

17. Se dă şirul

$$x_n = 1 + \frac{2020}{2021} + \left(\frac{2020}{2021}\right)^2 + ... + \left(\frac{2020}{2021}\right)^n, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

(a) $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ este şir descrescător; **(b)** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{1}{2021}$;
(c) $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$; **(d)** $x_n < 2021, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

18. Fie $a > 1$ un parametru real dat. Mulţimea M a soluţiilor $x > 1$ ale inecuaţiei

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{8+\log_a x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_a^2 x}$$

este:
(a) $M = \left(1, a^8\right)$; **(b)** $M = \left(1, 1 + a^{-4}\right)$; **(c)** $M = \left(a^8, +\infty\right)$; **(d)** $M = \emptyset$.

19. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât funcţia

$$f : (-2, 2) \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} -1 + 2ax, & \text{dacă } x \in (-2, 1] \\ \dfrac{\sqrt{x^2+8}-3}{x^2-3x+2}, & \text{dacă } x \in (1, 2) \end{cases}$$

să fie continuă pe $(-2, 2)$.
(a) $a = \frac{-2}{3}$; **(b)** $a = \frac{1}{3}$; **(c)** $a = \frac{-1}{3}$; **(d)** nu există a cu proprietatea cerută.

20. Fie $m \in \mathbb{R}$. Sistemul $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + my + z = 3 \\ x + my + mz = 3 \end{cases}$ este:
(a) compatibil unic determinat, $\forall m \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$ **(b)** incompatibil, pentru $m = 1$;
(c) compatibil nedeterminat, pentru $m = 2$; **(d)** incompatibil, pentru $m = 2$.

21. Fie $(d_1) : 2x + ay - 7 = 0$ acea dreaptă în plan pentru care $a \in \mathbb{R}$ se determină din condiţia ca punctul $A(2, 1)$ să aparţină dreptei. Fie (d_2) acea dreaptă în plan care trece prin punctele $B(0, 4)$ şi $C(6, 0)$. Atunci:
(a) dreptele (d_1) şi (d_2) sunt perpendiculare;
(b) dreptele (d_1) şi (d_2) se intersectează în $M\left(1, \frac{7}{3}\right)$;
(c) dreptele (d_1) şi (d_2) coincid;
(d) dreptele (d_1) şi (d_2) sunt paralele.

22. Fie $I_1 = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x}dx$ şi $I_2 = \int_2^3 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$. Atunci $I_1 + I_2$ este:
(a) $\frac{2\pi}{9}\sqrt{3} - \ln\sqrt{3} + 2\sqrt{3}\ln 3 - 2\sqrt{2}\ln 2 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$;**(b)** $-\frac{2\pi}{9}\sqrt{3} + \ln 3 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$;
(c) $\frac{2\pi}{9}\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\ln 3 - 2\sqrt{2}\ln 2 - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$;**(d)** $\frac{2\pi}{9}\sqrt{3} + \frac{1-\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3}\ln 3 - 2\sqrt{2}\ln 2$.

23. Pe mulţimea $G = \mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie asociativă şi comutativă:
$x * y = xy - x - y + 2, \forall x, y \in \mathbb{R}$.
Fie e elementul neutru al legii de compoziţie anterioare şi z soluţia ecuaţiei $z * 2022 = e$. Atunci:
(a) $z = \frac{2022}{2021}$; **(b)** $z = \frac{1}{2022}$; **(c)** $z = \frac{2021}{2022}$; **(d)** $z = \frac{-2021}{2022}$.

24. Produsul
$(\operatorname{tg} 1^\circ - \operatorname{ctg} 1^\circ) \cdot (\operatorname{tg} 2^\circ - \operatorname{ctg} 2^\circ) \cdot ... \cdot (\operatorname{tg} 89^\circ - \operatorname{ctg} 89^\circ)$
este:
(a) 0; **(b)** $\frac{1}{2^{89}}$; **(c)** $\frac{-1}{2^{89}}$; **(d)** 1.

25. Fie $A(-2,-1), B(1,2), C(0,5)$ vârfurile unui triunghi. Să se ordoneze măsurile în grade ale unghiurilor triunghiului.
(a) $m\left(\widehat{A}\right) = m\left(\widehat{B}\right) > m\left(\widehat{C}\right)$; **(b)** $m\left(\widehat{A}\right) > m\left(\widehat{C}\right) > m\left(\widehat{B}\right)$;
(c) $m\left(\widehat{C}\right) < m\left(\widehat{A}\right) < m\left(\widehat{B}\right)$; **(d)** $m\left(\widehat{A}\right) < m\left(\widehat{C}\right) < m\left(\widehat{B}\right)$.