

Subiecte la testul grilă de Matematică

1. Numerele $x - 1$, $x + 1$ și $x + 2$ sunt, în această ordine, termenii consecutivi ai unei progresii geometrice dacă:

- (a) $x = -3$; (b) $x = 0$; (c) $x = 3$; (d) $x = 2$.

2. Toate valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $(m - 1)x^2 + mx + m + 1 = 0$ nu admite rădăcini reale sunt:

- (a) $m \in \left(-\infty, -\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{2}{\sqrt{3}}, +\infty\right)$; (b) $m \in \left(-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$;
(c) $m \in \left[-\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}\right]$; (d) $m \in \mathbb{R}$.

3. Valoarea parametrului real a pentru care

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + n + 2} - n - a \right) = 2021$$

este:

- (a) 2020; (b) 2021; (c) $-\frac{4041}{2}$; (d) $\frac{4041}{2}$.

4. Abscisa punctului P situat pe graficul funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$ pentru care tangenta la grafic dusă prin P este paralelă cu dreapta $x - y = 0$ este:

- (a) 1; (b) 2; (c) $\sqrt{3}$; (d) $\frac{1}{2}$.

5. În $\triangle ABC$ avem $m(\hat{A}) = \frac{\pi}{3}$, $|AB| = 3$, $|AC| = 4$. Lungimea laturii BC este:

- (a) 5; (b) $\sqrt{13}$; (c) $\frac{\sqrt{13}}{13}$; (d) 7.

6. Mulțimea tuturor soluțiilor ecuației

$$2 \cdot 9^x - 5 \cdot 6^x + 3 \cdot 4^x = 0$$

este:

- (a) $\{0, 1\}$; (b) $[0, 1]$; (c) $\{0, 1, \sqrt{2}\}$; (d) $\{1, \frac{3}{2}\}$.

7. Modulul numărului complex

$$z = \frac{2 - i}{3 + 4i}$$

este:

- (a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$; (b) $\sqrt{5}$; (c) 1; (d) $\frac{3}{7}$.

8. Fie $m \in \mathbb{R}$. Sistemul

$$\begin{cases} x + y + z = 2021 \\ x + my + z = 2021 \\ x + my + mz = 2021 \end{cases}$$

este:

- (a) compatibil unic determinat, pentru $m \neq 1$;
- (b) incompatibil, pentru $m = 1$;
- (c) compatibil nedeterminat, pentru $m = 2$;
- (d) incompatibil, pentru $m = 2$.

9. Valoarea parametrului real a pentru care funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} a, & \text{dacă } x = 0 \\ \frac{2x - \sin(2x)}{x^3}, & \text{dacă } x \neq 0 \end{cases}$$

este continuă pe \mathbb{R} este:

- (a) $\frac{4}{3}$; (b) 1; (c) $\frac{1}{6}$; (d) 0.

10. Fie matricea

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Rangul matricei A este egal cu 2 dacă:

- (a) $\lambda = \frac{1}{2}$; (b) $\lambda = -1$; (c) $\lambda = 1$; (d) $\lambda = 0$.

11. Valoarea integralei $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x)}{1 + \sin^2 x} dx$ este:

- (a) $\ln 2$; (b) $-\ln 2$; (c) 1; (d) 0.

12. Mulțimea soluțiilor ecuației

$$\log_{x-\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{4} - x \right) = 2$$

este:

- (a) $\left\{ \frac{-1-\sqrt{6}}{6}, \frac{-1+\sqrt{6}}{6} \right\}$; (b) $(0, 1)$; (c) \emptyset ; (d) $\left\{ \frac{-1+\sqrt{6}}{6} \right\}$.

13. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (t - \arctg t) dt}{x^4}$$

este:

- (a) $\frac{1}{8}$; (b) 0; (c) $\frac{1}{12}$; (d) $\frac{1}{3}$.

14. Fie matricea

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}.$$

Atunci $\det(A^2)$ are valoarea:

(a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) 4.

15. Fie $F : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ primitiva funcției $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3(x-1)}{x^3+1}$ care satisface $F(1) = 0$. Atunci $F(0)$ este:

(a) 0; (b) 1; (c) $-2 \ln 2$; (d) $2 \ln 2$.

16. Termenul din dezvoltarea

$$\left(\sqrt{\frac{\sqrt{x}}{7}} - \frac{2}{\sqrt{x^3}} \right)^{2021}$$

care îl conține pe x^{500} este:

(a) termenul T_{2021} ; (b) termenul T_{2020} ; (c) termenul T_3 ; (d) termenul T_4 .

17. Fie funcția $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^2 - 1$. Definim șirul cu termenul general:

$$a_n = \frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(n)}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Atunci:

(a) șirul este strict descrescător; (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$;

(c) $a_n \geq 1, \forall n \geq 2$; (d) șirul este nemărginit.

18. Centrele de greutate ale triunghiurilor formate de dreptele $x = 0$, $y = 0$, $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{3-\alpha} = 1$, $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$ se află pe dreapta de ecuație:

(a) $x + y - 1 = 0$; (b) $x - y = 0$; (c) $x + y = 0$; (d) $x - y - 1 = 0$.

19. Fie vectorii $\vec{a} = 2\vec{i} + \alpha\vec{j}$, $\vec{b} = \alpha\vec{i} + 2\vec{j}$. Unghiul dintre cei doi vectori are măsura egală cu $\frac{\pi}{3}$ dacă:

(a) $\alpha = 1$; (b) $\alpha = 2 + 2\sqrt{3}$; (c) $\alpha = 2$; (d) $\alpha = 4 \pm 2\sqrt{3}$.

20. Mulțimea tuturor valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care are loc inegalitatea

$$\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + 2} > -\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

este:

(a) $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \infty)$; (b) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$;

(c) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$; (d) $(-\infty, -\sqrt{\frac{10}{3}}) \cup (\sqrt{\frac{10}{3}}, \infty)$.

21. Valoarea expresiei

$$E = \sin \frac{2021\pi}{4} + \cos \frac{2021\pi}{4}$$

este:

- (a) $-\sqrt{2}$; (b) $\sqrt{2}$; (c) 0; (d) $2\sqrt{2}$.

22. Fie funcția

$$f : \mathbb{R} \rightarrow [-a, a], \quad f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x.$$

Valoarea parametrului $a > 0$ pentru care f este surjectivă este:

- (a) 2; (b) 1; (c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (d) $\sqrt{2}$.

23. Fie $x, y \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ care verifică sistemul:

$$\begin{cases} 2 \sin(x - y) - \sin(x + y) = 0 \\ \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = 1. \end{cases}$$

Valoarea expresiei $E = 2y - x$ este:

- (a) 0; (b) π ; (c) $\frac{\pi}{2}$; (d) $-\pi$.

24. Să se determine valoarea parametrului $a > 0$ pentru care triunghiul delimitat de asimptotele funcției

$$f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2 - 2020}{ax}$$

și dreapta $y = 1$ are aria egală cu 2021.

- (a) 4042; (b) 2021; (c) $\frac{2020}{2021}$; (d) $\frac{2021}{2020}$.

25. Se consideră pe mulțimea $M = [0, \infty)$ legea de compoziție

$$x \circ y = \log_{2021} (2021^x + 2021^y - 1).$$

Cel mai mic număr natural $n \geq 3$ pentru care ecuația

$$\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori}} = 2x$$

are doar soluții naturale este:

- (a) 3; (b) 2020; (c) 2021; (d) 2022.