

Model 8 test admitere AC - 2022

Problema 1 Soluțiile reale ale ecuației $3^{\frac{x-1}{2}} = 9^{\sqrt{x}}$ sunt:

- (a) $9 \pm 4\sqrt{5}$
- (b) $4 \pm \sqrt{5}$
- (c) 1
- (d) $-7 \pm \sqrt{5}$

Problema 2 Considerăm ecuația $x^2 - mx + m - 1 = 0$. Valoarea întreagă a parametrului m pentru care una dintre rădăcinile ecuației este dublă celeilalte este:

- (a) $m = 1$
- (b) $m = 3$
- (c) $m = -3$
- (d) $m = 6$

Problema 3 Valorile reale pozitive ale parametrului m astfel încât $\lg\sqrt{m}$, $\frac{3}{2}$, $\lg m$ să fie trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice sunt:

- (a) 1
- (b) 10
- (c) 100
- (d) 1000

Problema 4 Valoarea parametrului a pentru care sistemul
$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + az = 0 \\ -2z - y + 3z = 0 \end{cases}$$
 este compatibil unic determinat este

- (a) $a \neq 2$
- (b) $a \neq 0$
- (c) $a \neq 9$
- (d) $a \neq -3$

Problema 5 Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție:

$$x * y = xy - 3x - 3y + 12.$$

Valoarea expresiei:

$$E = \underbrace{x * x * \dots * x}_{n \text{ ori}} \text{ este:}$$

- (a) $E = 3^n - 1$
- (b) $E = (x - 3)^n + 3$

(c) $E = 3x + 3^n$

(d) $E = (x + 3)^n$

Problema 6 Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ astfel încât valoarea maximă a funcției $f(x) = mx^2 - 8x - 3$ să fie 5 este

(a) $m = 2$

(b) $m = -2$

(c) $m = 1$

(d) $m = 5$

Problema 7 Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - e^{-x}$. Atunci valoarea sumei $S = g(1) + g(2) + \dots + g(2022)$ unde $g(x) = f'(x) - f''(x)$ este:

(a) $2 \frac{1 - e^{2022}}{e^{2022}(1 - e)}$

(b) $e^{2022} + e^{-2022}$

(c) e^{-2022}

(d) $2 \frac{1 - e^{2021}}{e^{2022}(1 + e)}$

Problema 8 Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x - \frac{2(x-1)}{x+1}$. Atunci abscisa punctului de pe graficul funcției f în care tangenta este paralelă cu dreapta $d : y = \frac{2}{9}x$ este:

(a) $\frac{1}{4}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) 1

(d) $\frac{1}{9}$

Problema 9 Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x \ln x}$. Atunci

(a) f este concavă pe $(0, \infty)$.

(b) f este convexă pe $(0, \infty)$.

(c) f este crescătoare pe $(0, e]$

(d) f are un punct critic în $x = 1$.

Problema 10 Valoarea parametrilor reali a și b astfel încât $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - ax - b) = 0$ este:

(a) $a = b = 1$

(b) $a = 1, b = -\frac{1}{2}$

(c) $a = 2, b = 1$

(d) $a = \frac{1}{2}, b = 2$

Problema 11 Fie funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x \ln x}{(1 + x^2)^2}$. Dacă F este o primitivă a funcției f astfel încât $F(1) = 0$ atunci $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$ este:

(a) $\ln 2$

(b) $\frac{\ln 2}{4}$

(c) $\frac{\ln 2}{5}$

(d) 0

Problema 12 Valoarea expresiei $S = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$ este

(a) $\frac{91}{2}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $\frac{90}{2}$

Problema 13 Valoarea parametrului real a pentru care vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + (a-2)\vec{j}$ sunt coliniari este:

(a) $a = 5$

(b) $a = 4$

(c) $a = -4$

(d) $a = 3$

Problema 14 Considerăm triunghiul dreptunghic ABC cu $AB = 3$ și măsura unghiului C de $\frac{\pi}{6}$. Care este lungimea laturii AC știind că $(m(\widehat{BAC}) = 90^\circ)$?

(a) 3

(b) $5\sqrt{3}$

(c) 2

(d) $3\sqrt{3}$

Problema 15 Considerăm triunghiul echilateral $M_1M_2M_3$ cu $M_1(1,0)$ și $M_2(2,1)$. Atunci coordonatele vârfului rămas sunt:

(a) $\left(\frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}, \frac{1 \mp \sqrt{3}}{2}\right)$

(b) $\left(\frac{3 \mp \sqrt{3}}{2}, \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}\right)$

(c) $(1,2)$

(d) $(\sqrt{3},1)$

Problema 16 Raportul dintre raza cercului înscris și raza cercului circumscris unui pătrat este

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) 2

Problema 17 Valoarea parametrului m pentru care sistemul neomogen de mai jos este incompatibil este:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 2y - 3z = 1 \\ 3x + 5y - 5z = m \end{cases}$$

(a) $m = 4$

(b) $m \in \mathbb{R}$

(c) $m \in \mathbb{R} - \{4\}$

(d) sistemul este compatibil pentru orice m .

Problema 18 Punctele $(0, 1)$ și $(3, 5)$ sunt două vârfuri ale unui triunghi de arie 5 iar dreapta $3x + 4y = 0$ este una dintre înălțimi. Coordonatele celui de-al treilea vârf din semiplanul sunt:

(a) $(1, 1)$

(b) $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

(c) $(0, 0)$

(d) $\left(\frac{28}{25}, -\frac{21}{25}\right)$

Problema 19 Soluțiile sistemului de ecuații $\begin{cases} (a-b)\sin(x+y) + (a+b)\sin(x-y) = 0 \\ \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = ab \end{cases}$ sunt:

(a) $\begin{cases} x = k\pi \pm \operatorname{arctg} a \\ y = k\pi \pm \operatorname{arctg} b \end{cases}$

(b) $x = y = \frac{\pi}{2}$

(c) $\begin{cases} x = k\pi + \arcsin a \\ y = k\pi + \arcsin b \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ y = k\pi \end{cases}$

Problema 20 Soluția ecuației $\frac{x}{4} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx = 0$ este:

(a) $x = 0$

(b) $x = -2(e^{2\pi} + 1)$

(c) $x = \sqrt{2}$

(d) $x = -\pi$

Problema 21 Considerăm $X = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$. Valoarea parametrului a astfel încât X să fie soluție comună a ecuațiilor matriceale

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \text{ și } \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 1 \text{ este:}$$

(a) $\frac{3}{10}$

$$(b) -\frac{2}{10}$$

$$(c) \frac{1}{10}$$

$$(d) \frac{7}{10}$$

Problema 22 Dacă a, b, c reprezintă lungimile laturilor unui triunghi iar h_a, h_b, h_c înălțimile corespunzătoare atunci

valoarea determinantului $D = \begin{vmatrix} 1 & a & h_b \cdot h_c \\ 1 & b & h_a \cdot h_c \\ 1 & c & h_a \cdot h_b \end{vmatrix}$ este:

$$(a) D = abc$$

$$(b) D = 0$$

$$(c) D = a^2 + b^2 + c^2$$

$$(d) D = \frac{1}{2}(ab + bc + ca)$$

Problema 23 Valoarea sumei

$$S = \sum_{k=1}^n \cos\left(\frac{2k\pi}{2n+1}\right) \text{ este}$$

$$(a) S = 0$$

$$(b) S = 1$$

$$(c) S = -\frac{1}{2}$$

$$(d) S = \frac{1}{4}$$

Problema 24 Dacă numărul complex $z \in \mathbb{C}$ verifică $z^2 + z + 1 = 0$ atunci valoarea expresiei $z^4 + \frac{1}{z^4}$ este:

$$(a) 1$$

$$(b) i$$

$$(c) -i$$

$$(d) -1$$

Problema 25 Se consideră dezvoltarea $\left(\frac{\sqrt{2^x}}{\sqrt[16]{8}} + \frac{\sqrt[16]{32}}{\sqrt{2^x}}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Pentru $n = 8$ care sunt valorile lui x pentru care diferența dintre termenii al șaselea și al patrulea ai dezvoltării să fie 56?

$$(a) x = 0$$

$$(b) x = -1$$

$$(c) x = \sqrt{2}$$

$$(d) x = 4$$