

**Subiecte la testul grilă de Matematică**

1. Numerele reale  $a$  și  $b$  satisfac egalitatea

$$(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2 = 2 \cos^2 \frac{a-b}{2}.$$

Atunci  $\cos(a-b)$  are valoarea:

(a) 1; (b) 0; (c) -1; (d)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

2. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 - n + 1} - \sqrt{n^2 + n + 2} \right)$$

este:

(a) 0; (b)  $\infty$ ; (c) 1; (d) -1.

3. În rombul  $ABCD$  avem  $AB = 12$  și  $m(\widehat{C}) = 60^\circ$ . Atunci suma

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$$

este egală cu:

(a)  $72\sqrt{3}$ ; (b) 72; (c)  $144\sqrt{3}$ ; (d)  $72(1 + \sqrt{3})$ .

4. Fie sistemul

$$\begin{cases} 2mx + y + z = n \\ x + 2my + z = 0 \\ x + y + 2mz = 2. \end{cases}$$

Produsul  $m \cdot n$  al parametrilor  $m, n \in \mathbb{R}$  pentru care sistemul considerat este compatibil nedeterminat are valoarea:

(a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) -2.

5. Fie triunghiul  $ABC$  cu laturile  $AB$ ,  $AC$  și  $BC$  de lungimi  $c$ ,  $b$  și respectiv  $a$ . Valoarea expresiei

$$E = b \cos \widehat{C} - c \cos \widehat{B}$$

este:

(a)  $E = a$ ; (b)  $E = b - c$ ; (c)  $E = \frac{b^2 + c^2}{a}$ ; (d)  $E = \frac{b^2 - c^2}{a}$ .

6. Fie ecuația:

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{1-2x} = \sqrt{4+x}.$$

Numărul soluțiilor nenule ale ecuației este:

(a) 2; (b) 1; (c) 0; (d) 3.

7. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - x}$$

este:

(a)  $\frac{1}{3}$ ; (b) 0; (c) 1; (d)  $\frac{1}{2}$ .

8. Fie un număr  $z \in \mathbb{C}$  astfel încât  $z^3 = 8i$ . Dacă  $\operatorname{Re} z \neq 0$ , atunci  $\operatorname{Im} z$  este:

(a) 1; (b)  $i$ ; (c)  $-2$ ; (d) 2.

9. Suma

$$S = \sum_{k=2}^{2023} \frac{1}{\log_k 1 + \log_k 2 + \dots + \log_k 2023}$$

este egală cu:

(a) 2023; (b) 0; (c) 2023!; (d) 1.

10. Valoarea sumei

$$S = \sum_{k=0}^{2023} \left(1 - \frac{k}{2023}\right) C_{2023}^k$$

este:

(a)  $2^{2022}$ ; (b)  $2^{2023}$ ; (c) 2023; (d) 2023!.

11. Valoarea lui  $m \in \mathbb{R}$  pentru care rădăcinile  $x_1, x_2$  ale ecuației

$$x^2 - (2m-3)x + m - 1 = 0$$

satisfac relația  $3x_1 - 5x_1x_2 + 3x_2 = 0$  este:

(a) 2; (b)  $\frac{12}{7}$ ; (c) 4; (d)  $\frac{14}{11}$ .

12. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabilă și  $F$  o primitivă a lui  $f$  cu  $F(0) = 1$ . Dacă

$$f(x) = 2xF(x), \quad \forall x \in \mathbb{R},$$

atunci valoarea lui  $f'(0)$  este:

(a) 2; (b) 1; (c) 0; (d)  $-1$ .

13. Fie  $G = (-2, 2)$ . Dacă funcția

$$f : (\mathbb{R}, +) \rightarrow (G, *) \quad f(x) = \frac{2x}{1+|x|}$$

este un izomorfism de grupuri, atunci  $1 * (-1)$  este egal cu:

(a) 0; (b) 1; (c)  $-1$ ; (d) 2.

14. Dacă  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}} = 2$ , unde  $a, b > 0$ , atunci produsul  $a \cdot b$  are valoarea:  
(a) 4; (b) 2; (c) 1; (d)  $e$ .

15. Valoarea integralei

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^2 x} dx$$

este:

- (a) 1; (b) 0; (c)  $\ln 2$ ; (d)  $-1$ .

16. Dacă  $1 + 5 + 9 + \dots + x = 496$ , unde termenii care se însumează în membrul stâng sunt în progresie aritmetică, atunci  $x$  este egal cu:

- (a) 21; (b) 41; (c) 81; (d) 61.

17. Suma soluțiilor din intervalul  $[0, 2\pi]$  ale ecuației

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$$

este:

- (a)  $\frac{\pi}{2}$ ; (b)  $\frac{2\pi}{3}$ ; (c)  $\pi$ ; (d)  $\frac{\pi}{6}$ .

18. Într-un reper cartezian se consideră dreptele:

$$(d_1) : (m - 1)x + (3m - 7)y - 5 = 0 \quad \text{și} \quad (d_2) : x + y = 0,$$

unde  $m$  este un parametru real. Să se indice care dintre următoarele afirmații este adevărată:

- (a) dreptele sunt paralele pentru  $m = 2$ ;  
(b) există o valoare a parametrului  $m$  pentru care dreptele coincid;  
(c) dreptele sunt perpendiculare pentru o singură valoare a lui  $m$ ;  
(d) dreptele nu sunt perpendiculare pentru nicio valoare a lui  $m$ .

19. Notăm cu  $\text{Tr } M$  urma matricei  $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  (suma elementelor de pe diagonala principală). Pentru matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ , limita  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Tr}(A^n)}{\det(A^n)}$  este egală cu:

- (a) 0; (b) 2; (c) 1; (d)  $\infty$ .

20. Fie  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție continuă care satisface

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 1, \quad \forall x > 0.$$

Atunci  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{x}{x^4 + 1} f(x) dx$  are valoarea:

- (a) 0; (b)  $\frac{\pi}{8}$ ; (c)  $\frac{\pi}{4}$ ; (d) 1.

21. Fie  $a \in \mathbb{R}^*$ . Se consideră șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$  definit prin determinatul de ordinul  $n$ :

$$x_n = \begin{vmatrix} a+2 & a & \dots & a \\ a & a+2 & \dots & a \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a & a & \dots & a+2 \end{vmatrix}, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Valoarea expresiei  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$  este:

- (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d)  $\infty$ .

22. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , definită prin  $f(x) = e^x + e^{-x}$ . Să se indice care dintre următoarele afirmații este adevărată:

- (a) 0 este punct de minim global pentru  $f$ ;  
(b) 0 este punct de maxim global pentru  $f$ ;  
(c) 0 este punct critic pentru  $f$ , dar nu este punct de extrem;  
(d)  $f$  nu este derivabilă în 0.

23. Gradul polinoamelor neidentice nule cu coeficienți reali  $P(x)$  care satisfac

$$xP(x) = (x-3)P(x+1), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

- (a) 3; (b) 2; (c) 1; (d) 4.

24. Numărul funcțiilor neconstante  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , continue în 0, care satisfac

$$f(x) = f\left(\frac{x}{2}\right), \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este:

- (a) 1; (b) 0; (c) 2; (d) 4.

25. Considerăm funcția neconstantă  $f : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$  care satisface

$$f(X \cdot Y) = f(X) \cdot f(Y), \quad \forall X, Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}).$$

Dacă  $A = \begin{pmatrix} \cos \frac{2\pi}{3} & -\sin \frac{2\pi}{3} \\ \sin \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{2\pi}{3} \end{pmatrix}$ , atunci  $f(A^3)$  are valoarea:

- (a) 1; (b) 0; (c) -1; (d) 3.