

Model subiect pentru testul grilă de Matematică – sesiunea iulie 2024

1. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2$, $m \neq 0$. Mulțimea valorilor lui m pentru care aria triunghiului cu vârfurile în punctele de intersecție ale graficului lui f cu axele de coordonate este 5 este:

- (a) $\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\}$; (b) $\{\frac{1}{2}\}$; (c) $\{2\}$; (d) $\{-\frac{1}{3}\}$.

2. Suma rădăcinilor ecuației

$$\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-2)^2} = \frac{5}{2}\sqrt{x^2-4}$$

are valoarea:

- (a) 0; (b) $-\frac{2}{3}$; (c) 1; (d) 3.

3. Produsul rădăcinilor reale ale ecuației

$$(3 + 2\sqrt{2})^x + (\sqrt{2} - 1)^{2x} = 6$$

are valoarea:

- (a) 1; (b) -1; (c) $\sqrt{2}$; (d) $-\sqrt{2}$.

4. Mulțimea soluțiilor inecuației este:

$$|\ln |x|| < 1$$

este:

- (a) $(-e, -e^{-1}) \cup (e^{-1}, e)$; (b) $(-e, 0) \cup (0, e)$; (c) $(-e, e)$; (d) $(-e^{-1}, e^{-1})$.

5. Valoarea sumei

$$C_{2023}^1 + C_{2023}^3 + \dots + C_{2023}^{2023}$$

este:

- (a) 2^{2022} ; (b) 2^{2023} ; (c) 2023; (d) $2023 \cdot 2^{2022}$.

6. Numerele complexe z_1, z_2, z_3 de modul 1 satisfac relațiile

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 + z_3 &\neq 0, \\ z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 &= 0. \end{aligned}$$

Atunci $|z_1 + z_2 + z_3|$ are valoarea:

- (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4.

7. Considerăm funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ care satisface

$$f(x+y) \geq f(x) \cdot f(y) \geq 2023^{x+y}, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Atunci $f(0) + f(1)$ are valoarea:

(a) 2023; (b) 1; (c) 2024; (d) 3.

8. Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ este inversabilă cu $A^{-1} = \frac{1}{2}(A - I_n)$, atunci:

(a) $A^3 - A = 2(A + I_n)$; (b) $A^2 - A = I_n$; (c) $A^3 = 3A + I_n$; (d) $A = \frac{1}{2}(A^{-1} + I_n)$.

9. Presupunem că $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ sunt rădăcinile polinomului $X^3 - 2024X + 2023$. Atunci determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 + x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1 & 1 + x_2 & x_3 \\ x_1 & x_2 & 1 + x_3 \end{vmatrix}$$

are valoarea:

(a) 0; (b) 1; (c) 2023; (d) $2i$.

10. Suma valorilor parametrului $\lambda \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul

$$\begin{cases} y + z = \lambda x \\ x + z = \lambda y \\ x + y = \lambda z \end{cases}$$

admite soluții nebanale este:

(a) 1; (b) -1 ; (c) 2; (d) 0.

11. Suma pătratelor rădăcinilor polinomului

$$(X + 1)^{2023} + (X - 1)^{2023}$$

este:

(a) $2022 \cdot 2023$; (b) $-2022 \cdot 2023$; (c) 0; (d) 1.

12. Fie polinomul $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ astfel încât

$$P(1) + P(2) + \dots + P(n) = n^4, \quad \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Numerele reale a, b, c, d sunt:

(a) $a = 4, b = -6, c = 4, d = -1$; (b) $a = 2, b = 0, c = 3, d = -1$;
(c) $a = 4, b = -6, c = 2, d = 1$; (d) nu există un astfel de polinom.

13. Pe mulțimea \mathbb{R} a numerelor reale definim legea de compoziție

$$x \star y = xy - 2x - 2y + 6, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Pe o tablă sunt scrise numerele

$$-2023, -2022, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 2022, 2023.$$

Se aleg la întâmplare numerele a și b , se șterg, iar în locul lor scriem pe tablă numărul $a \star b$. După un anumit număr de pași, pe tablă rămâne un singur număr. Valoarea acestuia este:

- (a) 2023; (b) 1; (c) 2; (d) $2022 \star 2023$.

14. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos 1 + 3 \cos 2 + \dots + 3^{n-1} \cos n}{1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + (n+1)3^n}$$

este:

- (a) ∞ ; (b) 0; (c) 1; (d) -1 .

15. Numerele reale a, b, c pentru care

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(an + \sqrt{c + bn + n^2}) = 1$$

sunt:

- (a) $a = -1, b = 0, c = -1$; (b) $a = -1, b = 0, c = 2$;
(c) $a = b = c = -1$; (d) $a = -1, b = 0, c = 1$.

16. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - \sin^3 x}{\operatorname{tg}^3 x - x^3}$$

este:

- (a) $\frac{1}{2}$; (b) 0; (c) 1; (d) $\frac{1}{3}$.

17. Tangenta la curba $y = x^2 - x$ în punctul $(a, a^2 - a)$ trece prin punctul de coordonate $(2, 1)$ pentru:

- (a) nicio valoare a lui a ;
(b) exact o valoare a lui a ;
(c) exact două valori ale lui a ;
(d) o infinitate de valori ale lui a .

18. Fie $F : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ primitiva funcției $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ pe $[0, \infty)$ care satisface $F(1) = \frac{\pi}{2}$. Atunci $F(0)$ este egală cu:

- (a) $\frac{\pi}{4}$; (b) 1; (c) 0; (d) $\frac{\pi}{2}$.

19. Fie $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție pară integrabilă astfel încât $\int_{-1}^1 f(x) dx = 3$. Atunci limita șirului

$$a_n = \frac{f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n-1}{n}\right) + f(1)}{3n}$$

este:

- (a) $\frac{1}{2}$; (b) 0; (c) $\frac{\pi}{4}$; (d) 1.

20. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{x^2} \ln(1 - \sqrt{t}) dt}{x^3}$$

este:

- (a) 0; (b) $-\frac{1}{3}$; (c) $-\frac{2}{3}$; (d) $-\infty$.

21. Cea mai mică valoare a expresiei

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2 + (y-5)^2},$$

pentru $x, y \in \mathbb{R}$ este:

- (a) 3; (b) 4; (c) 6; (d) 5.

22. Dacă $(-4, 0)$ și $(1, -1)$ sunt două vârfuri ale unui triunghi de arie 4, atunci cel de-al treilea vârf se află pe dreapta:

- (a) $x + 5y = 0$; (b) $x + 5y + 8 = 0$; (c) $x + 5y + 12 = 0$; (d) $x + 5y + 4 = 0$.

23. Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat, iar a și b două numere reale astfel încât $\overrightarrow{AD} = a\overrightarrow{BE} + b\overrightarrow{CF}$. Atunci numărul $b - 2a$ este egal cu:

- (a) -3 ; (b) 3; (c) -1 ; (d) 1.

24. Suma soluțiilor ecuației

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{2}$$

din intervalul $[0, 2\pi]$ este:

- (a) $\frac{\pi}{2}$; (b) $\frac{2\pi}{3}$; (c) π ; (d) $\frac{\pi}{6}$.

25. Numărul soluțiilor ecuației

$$\sin^4 t + \sin^4 \left(t + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{4}$$

din intervalul $[-\pi, \pi]$ este:

- (a) 0; (b) 4; (c) 5; (d) o infinitate.