

Subiecte la testul grilă de Matematică

1. Elementul neutru al legii de compoziție dată prin

$$x \star y = xy + 3x + 3y + 6, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

este:

(a) -2 ; (b) 2 ; (c) 3 ; (d) 0 .

2. Pentru ce valoare $a \in \mathbb{R}$ vectorii $\vec{u} = 4\vec{i} + a\vec{j}$ și $\vec{v} = (a + 1)\vec{i} + a\vec{j}$ sunt perpendiculari?

(a) 0 ; (b) $\frac{1}{2}$; (c) -2 ; (d) nu există.

3. Funcția

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a, b, c \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0$$

este:

(a) nici injectivă, nici surjectivă; (b) surjectivă, dar nu injectivă;
(c) injectivă, dar nu surjectivă; (d) bijectivă.

4. Unul dintre unghiurile unui trapez isoscel de înălțime $\sqrt{2}$ are măsura de 45° . Atunci, suma lungimilor laturilor neparalele este:

(a) 4 ; (b) 1 ; (c) 2 ; (d) $2 + \sqrt{2}$.

5. Valoarea expresiei

$$\frac{i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot \dots \cdot i^{2024}}{i + i^2 + \dots + i^{2025}}$$

este:

(a) $2025i$; (b) i ; (c) $2024i$; (d) $-i$.

6. Fie x_1 și x_2 rădăcinile ecuației $x^2 - x - 24 = 0$. Valoarea expresiei $E = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ este:

(a) 20 ; (b) 24 ; (c) -20 ; (d) -24 .

7. Fie $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ astfel încât $\sin x = -\frac{3}{5}$. Atunci $\cos x$ are valoarea:

(a) $\frac{2}{5}$; (b) $-\frac{2}{5}$; (c) $\frac{4}{5}$; (d) $-\frac{4}{5}$.

8. Fie funcția

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x - \operatorname{arctg} x.$$

Atunci ecuația asimptotei oblice la $+\infty$ la graficul funcției este:

- (a) $y = x$; (b) $y = x + \frac{\pi}{2}$; (c) $y = x - \frac{\pi}{2}$; (d) $y = 0$.

9. Valoarea minimă a funcției

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x - 1)e^x + 1$$

este:

- (a) e ; (b) 1 ; (c) -1 ; (d) 0 .

10. Fie sistemul

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ \quad \quad - my + z = 0 \\ m^2x \quad \quad + z = 0 \end{cases}$$

și $M = \{m \in \mathbb{R} \mid \text{sistemul este compatibil nedeterminat}\}$. Atunci:

- (a) $M = \mathbb{R} \setminus \{-2, 0, 1\}$; (b) $M = \{-2, 1\}$; (c) $M = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; (d) $M = \{-2, 0, 1\}$.

11. Triunghiul determinat de dreptele

$$x + 2y + 1 = 0, \quad 2x + y + 1 = 0, \quad x - y - 1 = 0$$

este:

- (a) echilateral; (b) isoscel; (c) dreptunghic; (d) oarecare.

12. Fie F primitiva funcției

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x \operatorname{arctg} x,$$

care satisface $F(0) = 0$. Atunci $F(1)$ este egal cu:

- (a) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$; (b) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$; (c) $-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$; (d) $-\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

13. Fie șirul de numere reale pozitive $(x_n)_{n \geq 1}$ astfel încât

$$(n + 1)x_{n+1} - nx_n < 0, \quad \forall n \geq 1.$$

Atunci limita șirului este egală cu:

- (a) șirul nu are limită; (b) 1 ; (c) 0 ; (d) $+\infty$.

14. Numărul soluțiilor din intervalul $[0, 2\pi)$ ale ecuației

$$4^{\sin^2 x} + 4^{\cos^2 x} = 4$$

este:

- (a) 3 ; (b) 4 ; (c) 0 ; (d) 1 .

15. Presupunem că $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ sunt rădăcinile polinomului

$$P(X) = X^3 - 2024X^2 + 2025X - 2026.$$

Atunci determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 + x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1 & 1 + x_2 & x_3 \\ x_1 & x_2 & 1 + x_3 \end{vmatrix}.$$

are valoarea:

- (a) 2025; (b) 2026; (c) -2023 ; (d) 2023.

16. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x + \cos x)^{\frac{1}{x}}$$

este:

- (a) e^{-2} ; (b) e ; (c) \sqrt{e} ; (d) 1.

17. Dacă a_1, a_2, \dots, a_n sunt termeni consecutivi nenuli ai unei progresii aritmetice, atunci restul împărțirii polinomului

$$P(X) = \frac{X^n}{a_1 \cdot a_2} + \frac{X^{n-1}}{a_2 \cdot a_3} + \dots + \frac{X^2}{a_{n-1} \cdot a_n} - \frac{n-1}{a_1 \cdot a_n}$$

la $X - 1$ este:

- (a) 0; (b) 10; (c) 2; (d) 1.

18. Fie $(K, +, \cdot)$ un corp comutativ și f un automorfism al lui K . Pentru $x, y \in K$, valoarea expresiei

$$[f(x+y)]^{-1} \cdot f(x \cdot y) \cdot [f(x)^{-1} + f(y)^{-1}]$$

este:

- (a) $x + y$; (b) 0_K ; (c) 1_K ; (d) $f(x + y)$.

19. Valoarea parametrului $a \in \mathbb{R}$ pentru care

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin(at) dt}{x^2} = 2024$$

este:

- (a) 1; (b) 2024; (c) 4048; (d) 2025.

20. Fie două polinoame $P, Q \in \mathbb{R}[X]$ care au același termen liber $a \in \mathbb{R}^*$ și dau același rest nenul la împărțirea prin $X - a$. Atunci termenul liber al polinomului $P(Q(X)) - Q(P(X))$ este:

- (a) 1; (b) 0; (c) a ; (d) $P(a) + Q(a)$.

21. Pentru orice număr real x , funcția continuă $f(x)$ satisface

$$2 + f(-x) = 3f(x) + \int_{-1}^1 f(t) dt.$$

Atunci $\int_{-1}^1 f(x) dx$ are valoarea:

- (a) 0; (b) 2; (c) -1 ; (d) 1.

22. Notăm cu $\text{Tr } M$ urma matricei $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ (suma elementelor de pe diagonala principală). Dacă matricea $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ verifică

$$\det(A - 3I_2) = 4,$$

$$\det(A + 2I_2) = 9,$$

atunci valoarea expresiei

$$E = \det A + \operatorname{Tr} A$$

este:

- (a) -1 ; (b) 2 ; (c) 1 ; (d) 3 .

23. Fie mulțimile:

$$A_1 = \{0\}, A_2 = \{2, 4\}, A_3 = \{6, 8, 10\}, A_4 = \{12, 14, 16, 18\}, \dots$$

astfel încât A_n conține n numere. Mulțimea care îl conține pe 2024 este:

- (a) A_{2024} ; (b) A_{45} ; (c) A_{44} ; (d) A_{46} .

24. Fie numerele reale strict pozitive $a_1 > 0, a_2 > 0, \dots, a_{2024} > 0$. Numărul rădăcinilor din intervalul $[0, +\infty)$ ale ecuației

$$a_{2024}x^{2024} + \dots + a_1x = 1$$

este:

- (a) 1 ; (b) 2024 ; (c) 2023 ; (d) 0 .

25. Fie punctele $A(1, 0)$, $B(0, 2)$ și M punctul de pe graficul funcției

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 - 4x + 5$$

situat la distanță minimă față de dreapta AB . Perpendiculara dusă din M pe AB intersectează axa Ox în punctul C . Aria triunghiului ABC este egală cu:

- (a) 3 ; (b) $\frac{5}{2}$; (c) 4 ; (d) 2 .