Universitatea Tehnică ”Gheorghe Asachi” din Iaşi
Facultatea de Automatică şi Calculatoare
Admitere – sesiunea iulie 2025
Domeniile: Calculatoare şi Tehnologia Informaţiei
Ingineria Sistemelor (Automatică şi Informatică Aplicată)

Model 11 de subiect pentru testul grilă de Matematică

1. Rădăcinile ecuaţiei $4x^2+2mx+3=0, m\in\mathbb{R}$ sunt reale strict negative dacă:
(a) $m\in\left[2\sqrt{3},\infty\right)$; (b) $m\geq 0$; (c) $m\in(-\infty,-4]$; (d) $m\leq 0$.

2. Se consideră ecuaţia de gradul al doilea

$$(1+\alpha^2)x^2-(1+\alpha)x+\alpha(1-\alpha)=0,$$

cu rădăcinile $x_1,x_2\neq 0$. Mulţimea tuturor valorilor lui $\alpha\in\mathbb{R}$ pentru care

$$-1\leq\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1x_2}\leq 0$$

este:
(a) $(-\infty,1]$; (b) $(-\infty,-1)\cup(0,1)$; (c) $(-\infty,-1]$; (d) $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$.

3. Numărul de elemente ale mulţimii

$$A=\left\{z\in\mathbb{Q}\mid z=\frac{x}{(x+1)\,(x+2)},x\in\mathbb{Z},|x|\leq 10\right\}.$$

este:
(a) 21; (b) 19; (c) 18; (d) 17.

4. Mulţimea tuturor numerelor reale care satisfac inecuaţia:

$$x^{\sqrt{x}}>\left(\sqrt{x}\right)^x$$

este:
(a) $\mathbb{R}$; (b) $(1,4)$; (c) $[1,4]$; (d) nu există.

5. Toate numerele complexe $z\in\mathbb{C}$ care verifică ecuaţia $|z|-z=1-2i$ sunt:
(a) $z=-\dfrac{1}{2}+i$; (b) $z=\dfrac{3}{2},z=\dfrac{3}{2}+2i$; (c) $z=\dfrac{3}{2}+2i$; (d) $z=\dfrac{5}{2}-2i$.

6. Coeficientul lui x^2 din dezvoltarea

$$(1+x)^3+(1+x)^4+(1+x)^5+...+(1+x)^{25}$$

este:
(a) 2600; (b) 2601; (c) 2599; (d) 2598.

7. Fie $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ o matrice care verifică relaţia

$$\begin{pmatrix} 1 & 1+x & 1+x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 \end{pmatrix} A$$

pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Atunci $A^n, n \in \mathbb{N}^*$, este:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & n & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; (b) $\begin{pmatrix} 1 & n & n \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; (c) $\begin{pmatrix} 1 & n & n \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; (d) $\begin{pmatrix} 1 & n & -n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Presupunem că x_1, x_2, x_3, x_4 sunt 4 numere consecutive. Determinantul

$$\begin{vmatrix} 1+x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1 & 1+x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1 & x_2 & 1+x_3 & x_4 \\ x_1 & x_2 & x_3 & 1+x_4 \end{vmatrix}$$

este de forma:

(a) $4k$; (b) $4k+1$; (c) $4k+2$; (d) $4k+3$.

9. Pentru ce valori ale parametrilor reali a şi b sistemul de mai jos este compatibil nedeterminat?

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z & = 5 \\ ax + (a+1)\,y + (a+2)\,z & = a+3 \\ x + by + b^2 z & = b^3. \end{cases}$$

(a) $a = 2$ şi $b = 1$; (b) $a = 2$, $b \in \mathbb{R}$;
(c) $a \in \mathbb{R}$, $b = 1$; (d) $a = 2, b \in \mathbb{R}$ sau $a \in \mathbb{R}$, $b = 1$.

10. Fie matricea pătratică A de ordin 2 cu elemente reale pentru care suma elementelor pe fiecare linie este 5, iar suma elementelor pe fiecare coloană este 5. Atunci suma tuturor elementelor matricei A^2 este:

(a) 50; (b) 25; (c) 100; (d) 10.

11. Fie $n \in \mathbb{N}$ un număr natural impar. Pe $\mathbb{R}$ definim legea de compoziţie:

$$x \star y = \sqrt[n]{x^n + y^n}.$$

Atunci limita

$$\ell = \lim_{n\to\infty} \underbrace{2025 \star 2025 \star ... \star 2025}_{\text{de } n \text{ ori}}$$

are valoarea:

(a) 2025; (b) 0; (c) ∞; (d) 1.

12. Fie şirul $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dat prin relaţia de recurenţă:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{18}{x_n}, \forall n \in \mathbb{N}, \quad x_0 = 1.$$

Valoarea limitei $\lim_{n\to\infty} \frac{x_n}{\sqrt{n}}$ este:

(a) 0;   (b) $+\infty$;   (c) 6;   (d) 2.

13. Valoarea limitei

$$\ell = \lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg}^3 x - x^3}{x^5}$$

este:

(a) $\frac{1}{4}$;   (b) 1;   (c) 0;   (d) $\frac{1}{2}$.

14. Considerăm funcţia polinomială $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dată prin

$$f(x) = (x-1)(x-2)\cdot \ldots \cdot (x-2026), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Valoarea lui $k \in \mathbb{N}$ pentru care derivata $f^{(k)}$ are exact k rădăcini reale este:
(a) 2026;   (b) 2024;   (c) 1013;   (d) 1.

15. Pentru ce valori ale parametrului $a > 0$, inegalitatea $2^x + a^x \geq 2$ are loc pentru orice $x \in \mathbb{R}$?
(a) $a = 2$;   (b) $a \geq 2$;   (c) $a = \frac{1}{2}$;   (d) $a < \frac{1}{2}$.

16. Fie

$$f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{2x+1}{x^2 (x+1)^2}.$$

Precizaţi care afirmaţie este adevărată:

(a) $f'(x) = \frac{2(3x^2+3x+1)}{x^3(x+1)^3}$;   (b) f funcţie pară;
(c) f are puncte de extrem;   (d) f are un punct de inflexiune.

17. Valoarea integralei nedefinite

$$I = \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} e^{\arcsin x}\, \mathrm{dx},$$

pentru $x \in (-1, 1)$, este:

(a) $I = -\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}e^{\arcsin x} + \frac{x}{2}e^{\arcsin x} + \mathcal{C}$;   (b) $I = \frac{x}{4}e^{\arcsin x} + \mathcal{C}$;
(c) $I = \sqrt{1-x^2}e^{\arcsin x} + \mathcal{C}$;   (d) $I = \sqrt{1-x^2}e^{\arcsin x} + xe^{\arcsin x} + \mathcal{C}$.

18. Fie funcţia

$$f : [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) = \cos(n \arccos x).$$

Valoarea numărului n natural pentru care volumul corpului obţinut prin rotirea graficului funcţiei f în jurul axei Ox să fie egală cu $\frac{\pi}{6}$ este:

(a) 1;   (b) 0;   (c) 3;   (d) 2.

19. Valoarea limitei

$$\ell = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \int_0^t |\sin x| \; dx$$

este:

(a) $\frac{2}{\pi}$; (b) $\frac{\pi}{2}$; (c) 0; (d) ∞.

20. Valoarea expresiei

$$E = \frac{\sin(a+b) - \sin(a-b)}{\sin(a+b) + \sin(a-b)}$$

este:
(a) $\sin a \cos b - \cos a \sin b$; (b) $\operatorname{ctg} a \cdot \operatorname{tg} b$; (c) $\operatorname{tg} 2b$; (d) $\operatorname{tg} a \cdot \operatorname{ctg} b$.

21. Fie $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\cos x \neq 0$ şi

$$\frac{\cos x}{a} = \frac{\cos 3x}{b}, \text{ unde } a, b \in (0, \infty), a \geq b.$$

Atunci valoarea lui $\operatorname{tg}^2 x$ este:
(a) $\frac{a+b}{3a+b}$; (b) $\frac{a-b}{3a+b}$; (c) $\frac{2a+b}{2a}$; (d) $\frac{a-b}{2a+b}$.

22. Numărul soluţiilor din intervalul $[0, 2\pi)$ ale ecuaţiei

$$\cos^3 x + \sin^2 x = 0$$

este:
(a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4.

23. Fie triunghiul ABC cu D, E, F mijloacele laturilor BC, AC, respectiv AB. Atunci vectorul $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF}$ este egal cu:
(a) $\overrightarrow{0}$; (b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$; (c) $\overrightarrow{AC}$; (d) $\overrightarrow{BC}$.

24. Se consideră triunghiul cu vârfurile $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, $C(0, 6)$. Coordonatele centrului cercului circumscris şi raza acestui cerc sunt:
(a) $(1, 1)$, 2; (b) $(0, 2)$, $2\sqrt{2}$; (c) $(0, 8/3)$, $10/3$; (d) $(2, 2)$, $10/3$.

25. În planul xOy considerăm punctele $A(3, \sqrt{3})$ şi $B(4, 0)$. Atunci unghiul dintre înălţimea şi mediana ΔAOB care pleacă din unghiul A are măsura egală cu:
(a) $\frac{\pi}{12}$; (b) $\frac{\pi}{4}$; (c) $\frac{\pi}{3}$; (d) $\frac{\pi}{6}$.