Universitatea Tehnică ”Gheorghe Asachi” din Iaşi
Facultatea de Automatică şi Calculatoare
Admitere sesiunea iulie 2025
Domeniile: Calculatoare şi tehnologia informaţiei
Ingineria sistemelor (Automatică şi informatică aplicată)

Model 12 de subiect pentru testul grilă de Matematică

1. Se consideră ecuaţia $ax^2 + bx + c = 0$ unde $a,\ b,\ c$ sunt numere întregi impare. Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată?

   A) Ecuaţia are o rădăcină pară.
   B) Ecuaţia are două rădăcini pare.
   C) Ecuaţia are o rădăcină impară.
   D) Ecuaţia nu are rădăcini întregi.

2. Numărul rădăcinilor reale ale ecuaţiei
$$\log_2^2 x^4 + 2\log_4 x^2 = 18$$
   este

   A) 1
   B) 2
   C) 3
   D) 4

3. Să se determine al patrulea termen din dezvoltarea binomului $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$, în ipoteza că $2^{2n} - 2^n - 240 = 0, n \in \mathbb{N}$.

   A) $\dfrac{4}{\sqrt{x}}$
   B) $4\sqrt{x}$
   C) $6\sqrt[3]{x}$
   D) $\dfrac{6}{\sqrt[3]{x}}$

4. Fie $(x_n)_{n\geq 1}$ un şir de numere reale pentru care există $a, b \in \mathbb{R}^*$ cu proprietatea că $x_1+x_2+\ldots+x_n = an^2+bn,\ \forall n \geq 1$. Atunci şirul este

   A) progresie aritmetică
   B) şir mărginit
   C) progresie geometrică
   D) şir constant

5. Considerăm pe mulţimea numerelor complexe ecuaţia $|z|^2 + z = 3 + 4i$. Numărul de soluţii ale ecuaţiei este egal cu:

   A) 0
   B) 1
   C) 2
   D) 3

6. Dacă $a < b < c$ şi $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$ atunci:

A) $D = 0$
B) $D < 0$
C) $D > 0$
D) $D = -a^2 - b^2 - c^2$

7. Fie $a \in (0,1)$ şi $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \left(A^3 + A^6 + \ldots + A^{3n}\right)$ este:

A) $\dfrac{a}{1-a} I_3$
B) $\dfrac{a}{1-a} A$
C) I_3
D) $\dfrac{a}{1+a} I_3$

8. Se consideră sistemul de ecuaţii liniare
$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ mx - y + 7z = n \end{cases}.$$
Valoarea parametrului n pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

A) 1
B) 4
C) -1
D) 3

9. Toate valorile parametrului $a \in \mathbb{R}$ pentru care matricea $\begin{pmatrix} a-1 & 1 & a & a-2 \\ 1 & 2a & -1 & a+3 \\ -a+3 & 4a-1 & -a-2 & a+8 \end{pmatrix}$ are rang maxim sunt:

A) $a = 0$
B) $a \geq 0$
C) $a \in \mathbb{R}^*$
D) $a \in \mathbb{R}$

10. Pe intervalul $[-1, 1]$ se defineşte legea de compoziţie $x * y = \dfrac{3xy - x - y - 1}{xy + x + y - 3}$. Numărul elementelor simetrizabile este:

A) infinit
B) 0
C) 2
D) 1

11. Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia
$$x(x-1)(x-2)(x-3) = m$$
are toate rădăcinile reale este:

A) $\left[-1, \dfrac{9}{16}\right]$
B) $\left[-1, \dfrac{9}{16}\right)$
C) $\left(-1, \dfrac{9}{16}\right)$

D) $\left(-1, \dfrac{9}{16}\right]$

12. Considerăm şirul $(x_n)_{n\geq 1}$ unde $x_n = \left(\dfrac{\sqrt[n]{2}+\sqrt[n]{3}+\sqrt[n]{5}}{3}\right)^n$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este:

A) $\sqrt[3]{30}$
B) $\ln \sqrt[3]{30}$
C) e
D) 1

13. Se consideră şirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ şi $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definite prin

$$x_{n+1} = a^{\frac{1}{(n+1)!}} \cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}, x_1 = 1,\ b_n = \prod_{k=1}^{n} x_k,\ a \in (0, +\infty) \text{ fixat.}$$

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} b_n$ este:

A) 0
B) 1
C) a
D) $+\infty$

14. Fie x_{1m} cea mai mică rădăcină a ecuaţiei

$$x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0.$$

Atunci $\lim\limits_{m\to\infty} x_{1m}$ este

A) 0
B) 1
C) $\dfrac{2}{3}$
D) $\dfrac{3}{2}$

15. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ şi $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funcţia definită prin

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + b + e^{-x}, & \text{dacă } x \leq 0 \\ x^2, & \text{dacă } x > 0 \end{cases}$$

şi fie $x_0 = 0$. Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată?

A) Există o infinitate de perechi (a, b) pentru care f este continuă în punctul x_0.
B) f este derivabilă în punctul $x_0 \Leftrightarrow (a = 1$ şi $b = -2)$.
C) f este continuă în punctul $x_0 \Leftrightarrow a + b = -3$.
D) f este derivabilă în punctul $x_0 \Leftrightarrow (a = -2$ şi $b = 1)$.

16. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ o funcţie derivabilă şi $\lim\limits_{x\to\infty} x^n \cdot f(x) = l$, l finită şi $n \in \mathbb{N}$ fixat. Dacă limita $\lim\limits_{x\to\infty} x^{n+1} f'(x)$ există, atunci valoarea ei este:

A) $-nl$
B) nl
C) 0
D) ∞

17. Fie $F : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ astfel încât $F'(x) = \dfrac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$ cu $F(-1) = 1$ şi $F(1) = 0$. Atunci $F(e) + F(-e)$ este:

A) 1
B) 0
C) 3
D) 2

18. Fie $L = \lim_{a\to\infty} \int_0^a x\mathrm{e}^{-x}\, \mathrm{d}x$. Să se indice care dintre următoarele afirmaţii este adevărată.

A) $L = \infty$.
B) $L = 1$.
C) $L = \mathrm{e}$.
D) L nu există.

19. Valoarea integralei $\int_{-1}^{1} \frac{x \operatorname{arctg} x}{1+e^x} dx$ este:

A) $\frac{\pi}{2} - 1$
B) $\frac{\pi}{2} + 1$
C) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$
D) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

20. Fie vectorii $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$ şi $\vec{u} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$. Să se determine $p, q \in \mathbb{R}$ astfel încât $\vec{u} = p\vec{a} + q\vec{b}$.

A) $p = -3, q = -2$;
B) $p = 0, q = 0$;
C) $p = 4, q = 2$;
D) $p = 7, q = 1$

21. Fie punctele $A(1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(6, 0)$. Coordonatele punctului D astfel încât $ABCD$ este paralelogram sunt

A) $(-4, 5)$
B) $(4, 5)$
C) $(-5, -4)$
D) $(5, 4)$

22. Distanţa minimă de la punctul M de pa parabola $x^2 = 64y$ la dreapta $3x + 4y + 37 = 0$ este:

A) $\frac{1}{5}$
B) $\frac{1}{2}$
C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{4}$

23. Dacă $\operatorname{tg} \alpha = 1$, atunci valoarea expresiei $E = \cos\alpha - \sin\alpha$ este:

A) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$;
B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$;
C) 0 ;
D) 1

24. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^*$ o funcţie care admite primitive şi verifică relaţiile $\cos f(x) = 1,\ \forall x \in \mathbb{R}$ şi $|f(\pi) - \pi| \leq \pi$. Atunci $f(\pi)$ este:

A) 0

B) π

C) 2π

D) 4π

25. Fie a şi b două numere reale astfel încât $\sin a + \sin b = 1$ şi $\cos a + \cos b = \frac{1}{2}$. Să se calculeze $\cos(a - b)$.

A) $-\frac{3}{8}$

B) 1

C) $\frac{3}{8}$

D) $\frac{3}{16}$