

Subiecte la testul grilă de Matematică

1. Suma tuturor numerelor $x \in \mathbb{R}$ pentru care matricea $\begin{pmatrix} x & 2 & 2 \\ 2 & x & 2 \\ 2 & 2 & x \end{pmatrix}$ are rangul 2 este:
 (a) -2 ; (b) 2 ; (c) -4 ; (d) 0 .

2. Valoarea integralei

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx$$

este:

- (a) $\ln \frac{3}{4}$; (b) $\ln \frac{4}{3}$; (c) $\ln 3$; (d) $\ln \frac{3}{2}$.

3. Fie $E(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{ctg} \frac{x}{3} + \cos \frac{7x}{3} - 2 \sin \frac{5x}{3}$, unde $x \in (0, \pi)$. Atunci $E\left(\frac{\pi}{2}\right)$ este:

- (a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (b) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$; (c) $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$; (d) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$.

4. Fie $A(2, 1)$, $B(-1, -1)$, $C(2\alpha, \alpha^2 - 4\alpha + 4)$, unde $\alpha \in \mathbb{R}$. Valoarea lui α pentru care triunghiul $\triangle ABC$ este dreptunghic în A este:

- (a) -1 ; (b) 1 ; (c) 0 ; (d) 2 .

5. Suma a trei numere în progresie aritmetică este 12. Dacă se adună 1, 2 și respectiv 11 celor trei numere, se obțin alte trei numere, în progresie geometrică. Mulțimea tuturor tripletelor de numere inițiale cu aceste proprietăți este:

- (a) $\{(1, 4, 7), (0, 4, 8)\}$; (b) $\{(2, 4, 6), (17, 4, -9)\}$; (c) $\{(2, 4, 6), (1, 4, 7)\}$; (d) $\{(1, 4, 7), (17, 4, -9)\}$.

6. Fie funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx}$, $a, b \geq 0$. Atunci $y = 2x + \frac{1}{2}$ este o asimptotă pentru graficul lui f dacă și numai dacă:

- (a) $a = 4, b = 2$; (b) $a = 4, b = 0$; (c) $a = 4, b = 1$; (d) $a = 2, b = 4$.

7. Distanța de la punctul $A(1, 1)$ la dreapta $4x + 3y - 12 = 0$ este:

- (a) $\frac{12}{5}$; (b) 4 ; (c) $\frac{5}{2}$; (d) 1 .

8. Fie sistemul

$$\begin{cases} 2mx + y + z = a \\ x + 2my + z = 0 \\ x + y + 2mz = 2. \end{cases}$$

Produsul $m \cdot a$ al parametrilor $m, a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul considerat este compatibil nedeterminat are valoarea:

- (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) -2.

9. Un triunghi $\triangle ABC$ are laturile de lungimi $BC = a, AC = b, AB = c$. Valoarea determinantului

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ \sin A & \sin B & \sin C \end{vmatrix}$$

este:

- (a) 0; (b) abc ; (c) $abc \sin A \sin B \sin C$; (d) 1.

10. Valoarea limitei

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi}{x} \right)$$

este:

- (a) 0; (b) $+\infty$; (c) π ; (d) $2\pi^2$.

11. Aria suprafeței plane cuprinse între dreptele de ecuații $x = 0, x = \frac{\pi}{6}$, axa Ox și graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \sin x$ are valoarea:

- (a) $\frac{1}{2} - \frac{\pi\sqrt{3}}{6}$; (b) $\frac{1}{2} - \frac{\pi\sqrt{3}}{12}$; (c) $-\frac{\pi\sqrt{3}}{12}$; (d) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{12}$.

12. Dacă $z = 1 + i$ și $w = \frac{1 + \bar{z}}{1 - z}$, atunci $|w|$ are valoarea:

- (a) 5; (b) $\sqrt{5}$; (c) 1; (d) $\sqrt{2}$.

13. Numărul soluțiilor reale ale ecuației

$$3x = 8^{\log_2 x} - 9^{\log_3 x} + \log_{0.5} 0.125$$

este:

- (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) 3.

14. Valoarea limitei $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{2025} e^{-x}$ este:

- (a) 1; (b) $+\infty$; (c) 0; (d) $2025!$.

15. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Atunci suma elementelor matricei A^{2025} are valoarea:

- (a) 3^{676} ; (b) 0; (c) 3^{675} ; (d) 3^{2025} .

16. Valoarea $a \in \mathbb{R}$ pentru care simetricul punctului $A(2, 4)$ față de dreapta de ecuație $3x - 4y + a = 0$ se află pe axa Ox este:

- (a) $\frac{5}{2}$; (b) $-\frac{5}{2}$; (c) $\frac{7}{2}$; (d) $-\frac{3}{2}$.

17. Fie legea de compoziție asociativă

$$x * y = \frac{x + y}{1 + xy}, \quad \forall x, y \in [0, 1].$$

Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației

$$32x^3 - 48x^2 + 22x - 3 = 0,$$

atunci valoarea lui $x_1 * x_2 * x_3$ este:

(a) $\frac{7}{8}$; (b) $\frac{15}{16}$; (c) $\frac{17}{18}$; (d) $\frac{1}{2}$.

18. Mulțimea pe care funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{|\ln x|}{\sqrt{x}}$$

este crescătoare este:

(a) $(0, \infty)$; (b) $[1, e^2]$; (c) $(1, e^3)$; (d) $(0, e)$.

19. Fie funcția $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{x \ln x}.$$

Se notează cu F primitiva lui f care satisface $F(e) = 0$. Atunci $F(e^2)$ are valoarea:

(a) $\ln 2$; (b) 2 ; (c) e ; (d) 1 .

20. Numărul rădăcinilor reale ale ecuației

$$x^5 - 5x + 1 = 0$$

este:

(a) 0 ; (b) 5 ; (c) 3 ; (d) 1 .

21. Valoarea limitei

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2 + n + 1}}{n} \right)^{5n+2}$$

este:

(a) $+\infty$; (b) 1 ; (c) e ; (d) $e^{\frac{5}{2}}$.

22. Fie matricea $A \in \mathcal{M}_5(\mathbb{R})$, unde $a_{ij} = \min(i, j)$ pentru orice $i, j = \overline{1, 5}$. Atunci $\det(A)$ are valoarea:

(a) $5!$; (b) 1 ; (c) 5 ; (d) 0 .

23. Fie matricea

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}.$$

Suma valorilor lui $x \in \mathbb{C}$ pentru care $\det(A^{-1} - xI_3) = 0$ este:

(a) 0 ; (b) 1 ; (c) $\sqrt{3}$; (d) i .

24. Termenul care nu-l conține pe x din dezvoltarea

$$\left(\sqrt[3]{2x} + \frac{1}{\sqrt{2x}}\right)^{10}$$

are valoarea:

(a) 120; (b) 45; (c) 105; (d) 210.

25. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m + 2$, $m \neq 0$. Mulțimea tuturor valorilor lui m pentru care aria triunghiului cu vârfurile în punctele de intersecție ale graficului lui f cu axele de coordonate are valoarea 5 este:

(a) $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$; (b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$; (c) $\{2\}$; (d) $\left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right\}$.