

Subiecte la testul grilă la Matematică

1. Să se calculeze limita $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \ln(1+x) + 1}{x^2}$:

- (a) 0 (b) 1 (c) ∞ (d) $\frac{3}{2}$

2. Fie O punctul de intersecție a diagonalelor rombului $ABCD$. Vectorii $\overrightarrow{BO}$ și $\overrightarrow{DB}$ sunt:

- (a) necoliniari (b) perpendiculari (c) coliniari (d) egali

3. Să se determine mulțimea M a tuturor valorilor parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care

$$z = 3 \cdot i^{2027} - 2m \cdot i^{2026} + (1 - m) \cdot i^{2025}$$

este număr real.

- (a) $M = \{-1, 3\}$ (b) $M = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ (c) $M = \{-2\}$ (d) $M = \{0\}$

4. Fie $x \in [0, \pi]$ astfel încât $\cos x = \frac{4}{5}$. Atunci valoarea lui $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ este:

- (a) $\frac{\sqrt{2}}{10}$ (b) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1 + \sqrt{3}}{5}$

5. Suma dintre inversul și opusul numărului $a = \sqrt{2026} + \sqrt{2027}$ este:

- (a) $-\sqrt{2026} + \sqrt{2027}$ (b) $-2\sqrt{2026}$ (c) $\sqrt{2026} - \sqrt{2027}$ (d) $-2\sqrt{2027}$

6. Mulțimea soluțiilor ecuației $e^{x^2} \cdot e^{6x-7} = 1$ este:

- (a) $\{-1, 7\}$ (b) $\{-7, 1\}$ (c) $\left\{0, \frac{7}{6}\right\}$ (d) $\{-3 \pm \sqrt{2}\}$

7. Fie punctele $A(2, -3)$, $B(-1, 1)$, $C(-2, -1)$. Vârful D al paralelogramului $ABCD$ este:

- (a) $D(1, -5)$ (b) $D(-1, -3)$ (c) $D(1, -4)$ (d) $D(-1, 4)$

8. Fie $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+e^x}$. Dreapta tangentă la graficul funcției în $M(0, f(0))$ este:

- (a) $y = x + 1$ (b) $y = x$ (c) $y = x - 1$ (d) $y = -2x$

9. Valoarea lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care determinantul $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 3 \\ 1 & x^2 & 3^2 \end{vmatrix}$ are valoarea maximă este:

- (a) $x = 4$ (b) $x = -2$ (c) $x = -4$ (d) $x = 2$

10. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție

$$x * y = xy + 3x + 3y + 6.$$

Mulțimea tuturor valorilor lui $n \in \mathbb{N}$, pentru care $C_n^2 * C_n^2 = 13$ este:

- (a) $\{4\}$ (b) $\{4, 6\}$ (c) $\{2, 4\}$ (d) $\{2\}$

11. Numărul punctelor de extrem local ale funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 2026x$ este:

- (a) 2 (b) 0 (c) 1 (d) 2026

12. Numărul soluțiilor ecuației $\log_x (x^2 - 3x + 3) = 0$ este:

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

13. Valoarea integralei $\int_0^1 x e^{2026x} dx$ este:

- (a) $\frac{e^{2026}}{2026}$ (b) $\frac{1 + 2025e^{2026}}{2026^2}$ (c) 1 (d) $\frac{1 + e^{2027}}{2027}$

14. Fie A aria suprafeței mărginite de dreptele $x = 0, x = \frac{\pi}{6}$, axa Ox și de graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \cos 2x$. Atunci A are valoarea:

- (a) $\frac{\pi\sqrt{3}}{24} + \frac{1}{8}$ (b) $\frac{\pi^2\sqrt{3}}{288}$ (c) $\frac{\pi\sqrt{3}}{24} - \frac{1}{8}$ (d) $\frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{1}{4}$

15. Fie $\mathcal{P}$ mulțimea polinoamelor care au toți coeficienții din mulțimea $\{-1, 1\}$ și toate rădăcinile reale. Dacă $f \in \mathcal{P}$, $\text{grad } f \geq 2$ și $x_1, x_2, \dots, x_n$ sunt rădăcinile polinomului f atunci valoarea sumei

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$

este:

- (a) 0 (b) 3 (c) 2 (d) -1

16. Să se calculeze

$$I = \int_0^4 \sin((x - [x])\pi) dx,$$

unde $[x]$ este partea întreagă a numărului real x .

- (a) $I = 8\pi$ (b) $I = 10\pi$ (c) $I = \frac{8}{\pi}$ (d) $I = \frac{10}{\pi}$

17. Se dă sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x + 6y & + mz = 1 \\ 2x - 6y & + m^2 z = m + 1 \\ x & + (m + 1)z = m^2 \end{cases}, \quad m \in \mathbb{R}.$$

Suma valorilor parametrului m pentru care sistemul este incompatibil este:

- (a) $S = 3$ (b) $S = 2$ (c) $S = -1$ (d) $S = 1$

18. Fie $P(X)$ un polinom de gradul 3 cu coeficienți reali astfel încât $P(X) + 1$ este divizibil cu $(X - 1)^2$ și $P(X) - 1$ este divizibil cu $(X + 1)^2$. Atunci termenul liber al polinomului $P(X)$ este:

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

19. Valoarea limitei

$$l = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n \cdot (n + 1)}$$

este:

- (a) $l = 0$ (b) $l = 1$ (c) $l = \infty$ (d) $l = e$

20. Se consideră triunghiul ABC cu vârfurile $A(1, 0)$, $C(3, -2)$ și $G(2, 1)$ centrul de greutate al triunghiului. Care dintre următoarele afirmații este adevărată?

- (a) $B(2, 4)$ (b) Distanța B la AC este $2\sqrt{2}$
(c) Mediana din B este perpendiculară pe Ox (d) Aria ABC este 12

21. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ fixat. Valoarea limitei

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \sin 2x \cdot \dots \cdot \sin nx}{x^n}$$

este:

- (a) $L = \frac{1}{n!}$ (b) $L = 0$ (c) $L = 1$ (d) $L = n!$

22. Fie $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ o progresie aritmetică având primul termen e și rația π , iar $(b_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ o progresie geometrică având primul termen π și rația e .

Să se calculeze valoarea expresiei $E = \operatorname{tg} a_n + \ln b_n - n$.

- (a) $E = n \operatorname{tg}(\pi e)$ (b) $E = 0$
(c) $E = \operatorname{tg}(e) + \ln(\pi) + n - 1$ (d) $E = \operatorname{tg}(e) + \ln(\pi) - 1$

23. Câți termeni raționali are dezvoltarea $(\sqrt[4]{5} + \sqrt[6]{3})^{100}$?

- (a) 9 (b) 10 (c) 11 (d) 12

24. Fie funcția $F : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$. Să se calculeze valoarea integralei:

$$I = \int_0^1 e^{x^2} \left(xF(x) + \frac{1}{2}e^{x^2} \right) dx.$$

- (a) $I = \frac{1}{2}e^2 F(1)$ (b) $I = F(1)$ (c) $I = \frac{1}{2}e^2$ (d) $I = \frac{1}{2}e F(1)$

25. Fie matricea $A_n = \begin{pmatrix} n & 1+n \\ 1-n & -n \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$. Să se calculeze suma:

$$S = (A_{2025})^{2027} + (A_{2027})^{2025}.$$

- (a) $S = A_{2027}$ (b) $S = 2I_2$ (c) $S = 2A_{2026}$ (d) $S = A_{2026}$